Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

প্রশ্নের ধরন অনুযায়ী অধ্যায়ভিত্তিক অনুশীলন

সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

এখানে অধ্যায়ের শিখনফল ও পরীক্ষায় আসা প্রশ্ন বিশ্লেষণ করে সম্ভাব্য সকল অধ্যায়ের গুরুত্বপূর্ণ প্রশ্নগুলো শিখনফলের ধারাক্রমে দেওয়া হয়েছে। এ অংশের সৃজনশীল প্রশ্নব্যাংক-এর প্রশ্নগুলো নিজে উত্তর করতে চেষ্টা করো। সৃজনশীল প্রশ্নগুলো কখনোই হুবহু কমন পড়বে না; তবে এ প্রশ্নগুলো অনুশীলন করলে পরীক্ষায় যেভাবেই প্রশ্ন আসুক, তুমি খুব সহজেই সমাধান করতে পারবে। স্টার চিহ্নিত প্রশ্নগুলো সর্বাধিক গুরুত্বপূর্ণ।

Tutor

প্রথম অধ্যায় — প্যাটার্ন

★★ প্রশ্ন ▶ ১ JSC রা. বো. ২০১৯

(i) ৩, ৮, ১৩, ১৮, ... এবং
(ii) ৭, ১৮, ২৯, ৪০, ... দুটি স্বাভাবিক সংখ্যার প্যাটার্ন।
◀ শিখনফল ২, ৪, ৫ ও ৬

ক. ($ক^২ - ৪$) বীজগাণিতিক রাশির ১১তম পদ নির্ণয় করে উহাকে দুটি বর্গের সমষ্টিরূপে প্রকাশ করো। ২
খ. ১ম প্যাটার্নটি কোন বীজগণিতীয় রাশিকে সমর্থন করে তা যুক্তিসহ উপস্থাপন করো। ৪
গ. ২য় প্যাটার্নের প্রথম ৫১টি পদের সমষ্টি নির্ণয় করো। ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ($ক^২ - ৪$) বীজগাণিতিক রাশির ১১তম পদ = ($১১^২ - ৪$)
= ১২১ − ৪ = ১১৭
এখন, ১১৭ = ৮১ + ৩৬ = $৯^২ + ৬^২$ (উত্তর)

খ ১ম প্যাটার্নটির পাশাপাশি দুইটি সংখ্যার পার্থক্য = ৮ − ৩
= ১৩ − ৮ = ৫

এখানে, ১ম সংখ্যা = ৩ = ৫ × ১ − ২
২য় সংখ্যা = ৮ = ৫ × ২ − ২
৩য় সংখ্যা = ১৩ = ৫ × ৩ − ২
৪র্থ সংখ্যা = ১৮ = ৫ × ৪ − ২

দেখা যাচ্ছে, প্রতিবার সংখ্যাগুলো (৫ক − ২) সাধারণ রাশি মেনে চলে, যেখানে, 'ক' স্বাভাবিক সংখ্যা।
∴ প্যাটার্নটি (৫ক − ২) বীজগাণিতিক রাশিকে সমর্থন করে। (উত্তর)

গ ২য় প্যাটার্নটির পাশাপাশি দুটি পদের পার্থক্য = (১৮ − ৭)
= (২৯ − ১৮) = ১১

এখানে, ১ম সংখ্যা = ৭ = ১১ × ১ − ৪
২য় সংখ্যা = ১৮ = ১১ × ২ − ৪
৩য় সংখ্যা = ২৯ = ১১ × ৩ − ৪
৪র্থ সংখ্যা = ৪০ = ১১ × ৪ − ৪

দেখা যাচ্ছে, প্রতিবার সংখ্যাগুলো (১১ক − ৪) আকারে পাওয়া যাচ্ছে।
∴ ৫১তম পদ = ১১ × ৫১ − ৪ = ৫৬১ − ৪ = ৫৫৭
∴ প্রথম ৫১টি পদের সমষ্টি = $\frac{১ম পদ + ৫১তম পদ}{২}$ × পদ সংখ্যা
= $\frac{৭ + ৫৫৭}{২}$ × ৫১ = ২৮২ × ৫১ = ১৪৩৮২ (উত্তর)

★★ প্রশ্ন ▶ ২ JSC কু. বো. ২০১৯

(i) ২, ৯, ১৬, ২৩ .... এবং
(ii) ৬, ১১, ১৬, ২১ ...... দুইটি সংখ্যা প্যাটার্ন। ◀ শিখনফল ২, ৪, ৫ ও ৬

ক. (২ক + ১) রাশির ৫০তম পদ নির্ণয় করো। ২
খ. (i) নং প্যাটার্নের বীজগাণিতিক রাশি তৈরি করে পরবর্তী চারটি পদ নির্ণয় করো। ৪
গ. (ii) নং প্যাটার্নের কততম পদের মান ১০২৬? ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক (২ক + ১) রাশির ৫০তম পদ = ২ × ৫০ + ১
= ১০০ + ১ = ১০১ (উত্তর)

খ প্রদত্ত প্যাটার্ন : ২, ৯, ১৬, ২৩,...
পাশাপাশি দুইটি সংখ্যার পার্থক্য : ৭ ৭ ৭
এখন, ২ = ৭ × ১ − ৫ | ৯ = ৭ × ২ − ৫
১৬ = ৭ × ৩ − ৫ | ২৩ = ৭ × ৪ − ৫

∴ (i) নং প্যাটার্নের বীজগাণিতিক রাশি = ৭ক − ৫; যেখানে 'ক' স্বাভাবিক সংখ্যা।
∴ ৫ম পদ = ৭ × ৫ − ৫ = ৩৫ − ৫ = ৩০
৬ষ্ঠ পদ = ৭ × ৬ − ৫ = ৪২ − ৫ = ৩৭
৭ম পদ = ৭ × ৭ − ৫ = ৪৯ − ৫ = ৪৪
এবং ৮ম পদ = ৭ × ৮ − ৫ = ৫৬ − ৫ = ৫১ (উত্তর)

গ (ii) নং প্যাটার্ন: ৬, ১১, ১৬, ২১, ...
পাশাপাশি দুইটি সংখ্যার পার্থক্য : ৫ ৫ ৫
এখন, ৬ = ৫ × ১ + ১ | ১১ = ৫ × ২ + ১
১৬ = ৫ × ৩ + ১ | ২১ = ৫ × ৪ + ১

ক তম পদ = ৫ক + ১
∴ প্রদত্ত প্যাটার্নের বীজগাণিতিক রাশি (৫ক + ১)
ধরি, 'ক' তম পদের মান ১০২৬
∴ ৫ক + ১ = ১০২৬
বা, ৫ক = ১০২৬ − ১
বা, ক = $\frac{১০২৫}{৫}$ ∴ ক = ২০৫
∴ প্রদত্ত প্যাটার্নের ২০৫তম পদের মান ১০২৬ (উত্তর)

★★ প্রশ্ন ▶ ৩ JSC দি. বো. ২০১৯

(i) ৩, ৫, ৭, ৯ .... একটি সংখ্যা প্যাটার্ন
(ii) (৩ক + ১) অন্য একটি প্যাটার্নের বীজগণিতীয় রাশি
◀ শিখনফল ৩, ৪, ৫ ও ৬

ক. ২৬০ কে দুইটি ভিন্ন উপায়ে দুইটি সংখ্যার বর্গের সমষ্টিরূপে প্রকাশ করো। ২
খ. প্যাটার্ন (i) এর ১০০তম পদটি নির্ণয় করো। ৪
গ. (ii) নং উদ্দীপকের সংখ্যা প্যাটার্ন নির্ণয় করে প্রথম চারটি পদের চিত্র আঁক। ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ২৬০ কে দুইটি ভিন্ন উপায়ে দুইটি সংখ্যার বর্গের সমষ্টিরূপে নিম্নে প্রকাশ করা হলো: ২৬০ = ১৯৬ + ৬৪ = $১৪^২ + ৮^২$
এবং ২৬০ = ২৫৬ + ৪ = $১৬^২ + ২^২$ (উত্তর)

গণিত

Talukdar Academy

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

খ (i) নং থেকে, প্যাটার্নটির প্রতিটি সংখ্যা এবং তার পূর্ববর্তী সংখ্যার পার্থক্য ২।

এখানে, ১ম সংখ্যা, ৩ = ২ × ১ + ১

২য় সংখ্যা, ৫ = ২ × ২ + ১

৩য় সংখ্যা, ৭ = ২ × ৩ + ১

৪র্থ সংখ্যা, ৯ = ২ × ৪ + ১

... ...

... ...

দেখা যাচ্ছে, প্রতিবার সংখ্যাগুলো (২ক + ১) সাধারণ রাশি মেনে চলে। যেখানে, ক স্বাভাবিক সংখ্যা।

∴ প্যাটার্নটি (২ক + ১) বীজগাণিতিক রাশিকে মেনে চলে।

∴ প্যাটার্নটির ১০০তম পদ = ২ × ১০০ + ১
= ২০০ + ১ = ২০১ **(উত্তর)**

গ প্যাটার্নের বীজগাণিতিক রাশি = ৩ক + ১

এখন, ১ম সংখ্যা = ৩ × ১ + ১ = ৩ + ১ = ৪

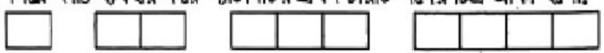
২য় সংখ্যা = ৩ × ২ + ১ = ৬ + ১ = ৭

৩য় সংখ্যা = ৩ × ৩ + ১ = ৯ + ১ = ১০

৪র্থ সংখ্যা = ৩ × ৪ + ১ = ১২ + ১ = ১৩

∴ প্যাটার্নটি নিম্নরূপ: ৪, ৭, ১০, ১৩, ...

নিম্নে কাঠি ব্যবহার করে প্যাটার্নটির প্রথম চারটি পদের চিত্র আঁকা হলো:



১ম পদ ২য় পদ ৩য় পদ ৪র্থ পদ

★★ প্রশ্ন ▶ ৪ JSC য. বো. ২০১৯

(i) ৮, ১৩, ১৮, ২৩, ... একটি প্যাটার্ন এবং

(ii) (৫ক + ২) একটি বীজগাণিতীয় রাশি। ◀ শিখনফল ৩, ৫ ও ৬

ক. (৪ক + ১) বীজগণিতীয় রাশির ৩য় ও ৪র্থ চিত্র অঙ্কন করো। ২

খ. (i) নং প্যাটার্নটি কোন বীজগণিতীয় রাশিকে সমর্থন করে তা যুক্তিসহ উপস্থাপন করো। ৪

গ. (ii) নং বীজগণিতীয় রাশিটির ১ম ৯১টি চিত্র তৈরি করতে কতটি রেখাংশের দরকার হবে তা নির্ণয় করো। ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক (৪ক + ১) রাশিটির ৩য় চিত্র:

এবং ৪র্থ চিত্র:

খ (i) নং প্যাটার্নটি ৮, ১৩, ১৮, ২৩, ...

পাশাপাশি দুইটি সংখ্যার পার্থক্য: ৫ ৫ ৫

এখন, ১ম পদ = ৮ = ৫ × ১ + ৩

২য় পদ = ১৩ = ৫ × ২ + ৩

৩য় পদ = ১৮ = ৫ × ৩ + ৩

৪র্থ পদ = ২৩ = ৫ × ৪ + ৩

একই ভাবে 'ক' তম পদ = ৫ক + ৩ যেখানে, 'ক' স্বাভাবিক সংখ্যা।

∴ প্যাটার্নটি (৫ক + ৩) বীজগাণিতিক রাশিকে সমর্থন করে। **(উত্তর)**

গ (ii) নং বীজগাণিতিক রাশি = (৫ক + ২)

১ম চিত্র তৈরি করতে প্রয়োজনীয় রেখাংশের সংখ্যা = ৫ × ১ + ২ = ৭

৯১তম চিত্র তৈরি করতে প্রয়োজনীয় রেখাংশের সংখ্যা = ৫ × ৯১ + ২
= ৪৫৫ + ২ = ৪৫৭

১ম ৯১ টি চিত্র তৈরি করতে প্রয়োজনীয় মোট রেখাংশের সংখ্যা

$= \frac{৭ + ৪৫৭}{২} \times ৯১ = ২৩২ \times ৯১ = ২১১১২$ **(উত্তর)**

★★ প্রশ্ন ▶ ৫ JSC চ. বো. ২০১৭

উপরের জ্যামিতিক চিত্রগুলো একটি প্যাটার্ন তৈরি করেছে, যা সমান দৈর্ঘ্যের রেখাংশ দিয়ে তৈরি। ◀ শিখনফল ৩, ৫ ও ৬

ক. ৪১ ও ৫৮ কে দুটি বর্গের সমষ্টিরূপে প্রকাশ করো। ২

খ. প্যাটার্নে চতুর্থ চিত্রটি তৈরি করে প্যাটার্নটি কোন বীজগণিতীয় রাশিকে সমর্থন করে তা যুক্তিসহ উপস্থাপন করো। ৪

গ. প্যাটার্নটির প্রথম ৩০টি চিত্র তৈরি করতে মোট কতটি রেখাংশের দরকার হবে তা নির্ণয় করো। ৪

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ৪১ ও ৫৮ কে দুইটি বর্গের সমষ্টিরূপে নিম্নে প্রকাশ করা হলো :

$৪১ = ২৫ + ১৬ = ৫^২ + ৪^২$

$৫৮ = ৪৯ + ৯ = ৭^২ + ৩^২$

খ প্যাটার্নের ৪র্থ চিত্রটি নিম্নরূপ :

প্রদত্ত চিত্রের রেখাংশের সংখ্যাগুলো হলো : ৪, ৭, ১০, ১৩

এখানে, ৪ = ৩ × ১ + ১

৭ = ৩ × ২ + ১

১০ = ৩ × ৩ + ১

১৩ = ৩ × ৪ + ১

∴ ক সংখ্যক পদের ক্ষেত্রে রাশিটি হবে = ৩ক + ১

যেখানে, 'ক' স্বাভাবিক সংখ্যা।

∴ প্যাটার্নটির চতুর্থ সংখ্যা = ৩ × ৪ + ১ = ১২ + ১ = ১৩

দেখা যাচ্ছে যে, (৩ক + ১) রাশিতে 'ক' এর মান বসিয়ে যে কোনো পদ নির্ণয় করা যায়।

∴ প্যাটার্নটি (৩ক + ১) বীজগাণিতীয় রাশিকে সমর্থন করে। **(উত্তর)**

গ প্রদত্ত প্যাটার্নটির সাধারণ রাশি = (৩ক + ১) ['খ' হতে প্রাপ্ত]

প্যাটার্নটির ১ম পদ = ৪

∴ প্যাটার্নটির ৩০তম পদ = ৩ × ৩০ + ১ = ৯০ + ১ = ৯১

∴ প্রথম ৩০টি পদের সমষ্টি $= \frac{(৪ + ৯১)}{২} \times ৩০ = ৯৫ \times ১৫ = ১৪২৫$

∴ প্যাটার্নটির প্রথম ৩০টি চিত্র তৈরি করতে মোট ১৪২৫টি রেখাংশের দরকার হবে। **(উত্তর)**

★ প্রশ্ন ▶ ৬ রাজউক উত্তরা মডেল কলেজ, ঢাকা

(i) – ২, ৩, ৮, ১৩, ... এবং

(ii) ৭, ১১, ১৫, ১৯ ...... দুইটি সংখ্যা প্যাটার্ন ◀ শিখনফল ২, ৫ ও ৬

ক. (২ক – ৩) বীজগাণিতিক রাশি দ্বারা প্রকাশিত প্যাটার্নের ১০ম ও ১৫তম পদের পার্থক্য কত? ২

খ. (i) নং প্যাটার্নটি কোন বীজগাণিতিক রাশিকে সমর্থন করে তা যুক্তিসহ উপস্থাপন করো এবং ১৫০তম ও ২৩০তম পদ নির্ণয় করো। ৪

গ. (ii) নং প্যাটার্নের প্রথম ১৭৫টি পদের যোগফল নির্ণয় করো। ৪

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক বীজগাণিতিক রাশিটি = ২ক – ৩

প্যাটার্নের ১০ম পদ = ২ × ১০ – ৩ = ২০ – ৩ = ১৭

এবং প্যাটার্নের ১৫তম পদ = ২ × ১৫ – ৩ = ৩০ – ৩ = ২৭

∴ ১০ম ও ১৫তম পদের পার্থক্য = ২৭ – ১৭ = ১০ **(উত্তর)**

Talukdar Academy

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

খ প্যাটার্নটি: −২, ৩, ৮, ১৩,...

পাশাপাশি দুইটি সংখ্যার পার্থক্য: ৫ ৫ ৫

এখানে, সংখ্যা প্যাটার্নটির প্রতিটি সংখ্যা ও তার পূর্ববর্তী সংখ্যার পার্থক্য ৫.

এখন, −২ = ৫ × ১ − ৭

৩ = ৫ × ২ − ৭

৮ = ৫ × ৩ − ৭

১৩ = ৫ × ৪ − ৭

দেখা যাচ্ছে যে, প্রতিবার সংখ্যাগুলো (৫ক − ৭) আকারে পাওয়া যাচ্ছে; যেখানে 'ক' স্বাভাবিক সংখ্যা।

∴ প্যাটার্নটি (৫ক − ৭) বীজগাণিতিক রাশিকে সমর্থন করে (উত্তর)

এখন, ১৫০তম পদ = ৫ × ১৫০ − ৭ = ৭৫০ − ৭ = ৭৪৩

এবং ২৩০তম পদ = ৫ × ২৩০ − ৭

= ১১৫০ − ৭ = ১১৪৩ (উত্তর)

গ প্যাটার্নটি: ৭ ১১ ১৫ ১৯

পাশাপাশি দুইটি সংখ্যার পার্থক্য: ৪ ৪ ৪

এখানে, প্যাটার্নটির প্রতিটি সংখ্যা ও তার পূর্ববর্তী সংখ্যার পার্থক্য ৪।

এখন, ৭ = ৪ × ১ + ৩

১১ = ৪ × ২ + ৩

১৫ = ৪ × ৩ + ৩

১৯ = ৪ × ৪ + ৩

দেখা যাচ্ছে প্রতিবার সংখ্যাগুলো (৪ক + ৩) আকারে পাওয়া যাচ্ছে; যেখানে 'ক' স্বাভাবিক সংখ্যা।

∴ প্যাটার্নটির বীজগাণিতিক রাশি = ৪ক + ৩

এখন, রাশিটির ১ম পদ = ৭

এবং ১৭৫ তম পদ = ৪ × ১৭৫ + ৩ = ৭০০ + ৩ = ৭০৩

∴ প্রথম ১৭৫টি পদের যোগফল

$= \frac{\text{১ম পদ + ১৭৫ তম পদ}}{২} \times$ পদ সংখ্যা

$= \frac{৭ + ৭০৩}{২} \times ১৭৫ = \frac{৭১০ \times ১৭৫}{২} = ৬২১২৫$ (উত্তর)

★ প্রশ্ন ▶ ৭ রাজবাড়ী সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়

০, ৩, ৮, ১৫, ২৪, ... একটি সাংখ্যিক প্যাটার্ন।

◀ শিখনফল ২, ৪, ৫ ও ৬

ক. ৩৫ ও ১৯৭ কে তিনটি বর্গের যোগফলরূপে প্রকাশ করো। ২

খ. গাণিতিকভাবে প্যাটার্নটির বীজগাণিতিক রাশিমালা নির্ণয় করো এবং ১০২তম পদের মান বের করো। ৪

গ. প্যাটার্নটির পার্থক্য দ্বারা গঠিত প্যাটার্নটির প্রথম ৯৯টি পদের সমষ্টি নির্ণয় করো। ৪

৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক তিনটি বর্গের যোগফলরূপে প্রকাশ :

৩৫ = ১ + ৯ + ২৫ = $১^২ + ৩^২ + ৫^২$ (উত্তর)

এবং ১৯৭ = ৪ + ৪৯ + ১৪৪ = $২^২ + ৭^২ + ১২^২$ (উত্তর)

খ তালিকায় লিখিত সংখ্যাসমূহ: ০, ৩, ৮, ১৫, ২৪, ...

এখানে, ১ম পদ, ০ = $১^২ − ১$

২য় পদ, ৩ = $২^২ − ১$

৩য় পদ, ৮ = $৩^২ − ১$

৪র্থ পদ, ১৫ = $৪^২ − ১$

৫ম পদ, ২৪ = $৫^২ − ১$

∴ তালিকার সংখ্যাগুলির জন্য বীজগাণিতিক রাশি $ক^২ − ১$ (উত্তর)

∴ তালিকার ১০২তম পদ = $১০২^২ − ১$ = ১০৪০৪ − ১

= ১০৪০৩ (উত্তর)

গ প্রদত্ত প্যাটার্ন : ০, ৩, ৮, ১৫, ২৪, ...

পাশাপাশি দুইটি সংখ্যার পার্থক্য : ৩ ৫ ৭ ৯

∴ সংখ্যাগুলোর পার্থক্য যে প্যাটার্ন তৈরি করে তা হলো :

৩, ৫, ৭, ৯

২ ২ ২

এখন, ৩ = ২ × ১ + ১

৫ = ২ × ২ + ১

৭ = ২ × ৩ + ১

৯ = ২ × ৪ + ১

দেখা যাচ্ছে, প্রতিবার সংখ্যাগুলো (২ক + ১) আকারে পাওয়া যাচ্ছে।

∴ ৯৯ তম পদ = ২ × ৯৯ + ১ = ১৯৯

∴ প্রথম ৯৯টি পদের সমষ্টি $= \frac{\text{১ম পদ + ৯৯ তম পদ}}{২} \times$ পদ সংখ্যা

$= \frac{৩ + ১৯৯}{২} \times ৯৯ = ৯৯৯৯$ (উত্তর)

★★ প্রশ্ন ▶ ৮ নবাব ফয়জুন্নেছা সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়, কুমিল্লা

(i) ৫ক + ৭ একটি বীজগাণিতিক রাশি।

(ii) −২, ১, ৪, ৭, ...

◀ শিখনফল ২, ৩, ৫ ও ৬

ক. ৬ক + ৭ এর ৫৩তম পদকে দুটি বর্গের সমষ্টিরূপে প্রকাশ করো। ২

খ. (i) নং প্যাটার্নের ১ম ১২৫টি পদের সমষ্টি নির্ণয় করো এবং প্যাটার্নটির জ্যামিতিক চিত্র অঙ্কন করো। ৪

গ. (ii) নং প্যাটার্নের 'ক' তম পদের মান ৪৬০ হলে ১ম 'ক' সংখ্যক পদের সমষ্টি নির্ণয় করো। ৪

৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত রাশি = ৬ক + ৭

ক = ৫৩ হলে, রাশিটির ৫৩তম পদ = ৬ × ৫৩ + ৭ = ৩২৫

এখন, ৩২৫ = ২২৫ + ১০০ = $১৫^২ + ১০^২$

অথবা, ৩২৫ = ২৮৯ + ৩৬ = $১৭^২ + ৬^২$

অথবা, ৩২৫ = ৩২৪ + ১ = $১৮^২ + ১^২$ (উত্তর)

খ প্রদত্ত বীজগাণিতিক রাশি = ৫ক + ৭

∴ রাশিটির ১ম পদ = (৫ × ১) + ৭ = ১২

এবং রাশিটির ১২৫তম পদ = ৫ × ১২৫ + ৭ = ৬৩২

∴ রাশিটির প্রথম ১২৫টি পদের সমষ্টি

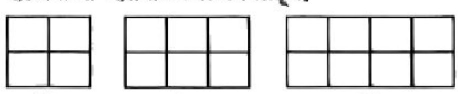
$= \frac{(\text{১ম পদ + ১২৫ তম পদ})}{২} \times$ পদ সংখ্যা $= \frac{১২ + ৬৩২}{২} \times ১২৫$

= ৩২২ × ১২৫ = ৪০২৫০ (উত্তর)

এখন, রাশিটির ২য় পদ = (৫ × ২) + ৭ = ১৭,

৩য় পদ = (৫ × ৩) + ৭ = ২২ ∴ প্যাটার্নটি = ১২, ১৭, ২২, ...

প্যাটার্নটির জ্যামিতিক চিত্র নিম্নরূপ:



১২ ১৭ ২২ (উত্তর)

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

গ দেওয়া আছে,

প্যাটার্নটি: −২, ১, ৪, ৭ .....

পাশাপাশি দুইটি সংখ্যার পার্থক্য: ৩ ৩ ৩

এখানে, সংখ্যা প্যাটার্নটির প্রতিটি সংখ্যা ও তার পূর্ববর্তী সংখ্যার পার্থক্য ৩।

এখানে, −২ = ৩ × ১ − ৫ | ৪ = ৩ × ৩ − ৫

১ = ৩ × ২ − ৫ | ৭ = ৩ × ৪ − ৫

দেখা যাচ্ছে যে, প্রতিবার সংখ্যাগুলো (৩ক − ৫) আকারে পাওয়া যাচ্ছে। যেখানে 'ক' স্বাভাবিক সংখ্যা।

∴ সংখ্যাগুলির বীজগাণিতিক রাশি = ৩ক − ৫

শর্তমতে, ৩ক − ৫ = ৪৬০ বা, ৩ক = ৪৬৫ ∴ ক = $\frac{৪৬৫}{৩}$ = ১৫৫

রাশিটির ১ম পদ = −২ এবং ১৫৫তম পদ = ৪৬০

∴ ১ম ১৫৫টি পদের সমষ্টি = $\frac{১ম\ পদ + ১৫৫তম\ পদ}{২}$ × পদ সংখ্যা

= $\frac{-২ + ৪৬০}{২}$ × ১৫৫ = ২২৯ × ১৫৫ = ৩৫৪৯৫ (উত্তর)

★ প্রশ্ন ▸ ৯ *শিখনফলভিত্তিক অনন্য প্রশ্ন-১*

(i) ৬ + ৯ + ১২ + ১৫ + ... + ১২৩

(ii) − ৪, − ৩, ০, ৫, ১২, ২১, ... *◄ শিখনফল ২, ৪, ৫ ও ৬*

ক. ৪৫ কে দুটি বর্গের সমষ্টি ও অন্তররূপে প্রকাশ করো। ২

খ. (i) নং প্যাটার্নটির সমষ্টি নির্ণয় করো। ৪

গ. (ii) নং প্যাটার্নটির পার্থক্য থেকে নতুন প্যাটার্ন তৈরি করো। দেখাও যে, নতুন প্যাটার্নটির প্রথম 'ক' সংখ্যক ক্রমিক স্বাভাবিক বিজোড় সংখ্যার যোগফল $ক^২$। ৪

৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ৪৫ কে দুইটি বর্গের সমষ্টিরূপে প্রকাশ :

৪৫ = ৩৬ + ৯ = $৬^২ + ৩^২$ (উত্তর)

দুইটি বর্গের অন্তররূপে প্রকাশ:

৪৫ = ৪৯ − ৪ = $৭^২ − ২^২$ (উত্তর)

খ ৬ + ৯ + ১২ + ১৫ + ... + ১২৩

পাশাপাশি দুইটি পদের পার্থক্য ৩।

৬ = ৩ × ১ + ৩ | ৯ = ৩ × ২ + ৩

১২ = ৩ × ৩ + ৩ | ১৫ = ৩ × ৪ + ৩

∴ ক তম পদ = ৩ক + ৩

ধরি, ক তম পদ = ১২৩ বা, ৩ক + ৩ = ১২৩

বা, ৩ক = ১২০ ∴ ক = ৪০

∴ প্যাটার্নটির প্রথম ৪০টি পদের সমষ্টি

= $\frac{প্রথম\ পদ + শেষ\ পদ}{২}$ × পদসংখ্যা

= $\frac{৬ + ১২৩}{২}$ × ৪০ = ২৫৮০ (উত্তর)

গ এখানে, প্যাটার্নটি : − ৪, − ৩, ০, ৫, ১২, ২১, ...

পাশাপাশি দুইটি পদের পার্থক্য: ১ ৩ ৫ ৭ ৯

নতুন প্যাটার্নটি = ১, ৩, ৫, ৭, ৯,. ......

যা একটি বিজোড় স্বাভাবিক সংখ্যার প্যাটার্ন। (উত্তর)

এখন, ১ = ১ = $১^২$

১ + ৩ = ৪ = $২^২$

১ + ৩ + ৫ = ৯ = $৩^২$

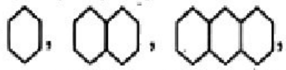
১ + ৩ + ৫ + ৭ = ১৬ = $৪^২$

অর্থাৎ, প্যাটার্নটির প্রথম ক সংখ্যক পদ এর সমষ্টি = $(ক)^২$

(দেখানো হলো)

★★ প্রশ্ন ▸ ১০ *শিখনফলভিত্তিক অনন্য প্রশ্ন-২*

(i) ৭, ১৩, ১৯, ২৫, ... একটি প্যাটার্ন।

(ii)  , ... *◄ শিখনফল ৩, ৪, ৫ ও ৬*

ক. ৭৩ কে দুইটি বর্গের অন্তররূপে প্রকাশ করো। ২

খ. (i) নং প্যাটার্নটিকে একটি বীজগাণিতিক রাশির মাধ্যমে প্রকাশ করে ৫২তম পদ নির্ণয় করো। ৪

গ. (ii) নং উদ্দীপকের ২০ তম চিত্রের কাঠির সংখ্যা ৩০ তম চিত্রের কাঠির সংখ্যা থেকে কত কম? ৪

১০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক আমরা জানি, ক × খ = $\left(\frac{ক + খ}{২}\right)^২ - \left(\frac{ক - খ}{২}\right)^২$

এখন, ৭৩ = ৭৩ × ১

৭৩ কে দুইটি সংখ্যার বর্গের অন্তররূপে নিয়ে প্রকাশ করা হলো :

৭৩ = $\left(\frac{৭৩ + ১}{২}\right)^২ - \left(\frac{৭৩ - ১}{২}\right)^২ = ৩৭^২ - ৩৬^২$ (উত্তর)

খ প্রদত্ত প্যাটার্ন : ৭, ১৩, ১৯, ২৫, ...

পাশাপাশি দুইটি পদের পার্থক্য: ৬ ৬ ৬

এখন, ১ম পদ = ৭ = ৬ × ১ + ১

২য় পদ = ১৩ = ৬ × ২ + ১

৩য় পদ = ১৯ = ৬ × ৩ + ১

৪র্থ পদ = ২৫ = ৬ × ৪ + ১

দেখা যাচ্ছে, প্যাটার্নটির প্রতিটি পদ (৬ক + ১) সাধারণ রাশি মেনে চলে, যেখানে 'ক' স্বাভাবিক সংখ্যা।

∴ প্যাটার্নটির বীজগাণিতিক রাশি = ৬ক + ১

∴ প্যাটার্নটির ৫২তম পদ = ৬ × ৫২ + ১ = ৩১৩ (উত্তর)

গ উদ্দীপকের ১ম চিত্রে কাঠির সংখ্যা = ৬ = ৫ × ১ + ১

২য় চিত্রে কাঠির সংখ্যা = ১১ = ৫ × ২ + ১

৩য় চিত্রে কাঠির সংখ্যা = ১৬ = ৫ × ৩ + ১

∴ ক-তম চিত্রে কাঠির সংখ্যা = ৫ক + ১

∴ ২০-তম চিত্রে কাঠির সংখ্যা = ৫ × ২০ + ১ = ১০১

এবং ৩০-তম চিত্রে কাঠির সংখ্যা = ৫ × ৩০ + ১ = ১৫১

∴ ২০-তম চিত্রে কাঠির সংখ্যা কম আছে = ১৫১ − ১০১ = ৫০টি (উত্তর)

★ প্রশ্ন ▸ ১১ *শিখনফলভিত্তিক অনন্য প্রশ্ন-৩*

জামাল সাহেব ১ম মাসে ২০০ টাকা সঞ্চয় করেন। পরবর্তী প্রতি মাসে পূর্ববর্তী মাস থেকে ৫০ টাকা বেশি সঞ্চয় করেন। *◄ শিখনফল ১, ২, ৪, ৫ ও ৬*

ক. ৪০ কে দুইটি বর্গের অন্তর ও সমষ্টিরূপে প্রকাশ করো। ২

খ. ২০তম মাসে জামাল সাহেবের সঞ্চয়ের পরিমাণ কত টাকা হবে? ৪

গ. ৫ বছর শেষে জামাল সাহেবের মোট সঞ্চয়ের পরিমাণ কত হবে? ৪

১১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক সমষ্টিরূপে প্রকাশ :

৪০ = ৩৬ + ৪ = $৬^২ + ২^২$ (উত্তর)

অন্তররূপে প্রকাশ: ৪০ = ৪৯ − ৯ = $৭^২ − ৩^২$ (উত্তর)

গণিত

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

খ দেওয়া আছে, জামাল সাহেব প্রথম মাসে সঞ্চয় করেন ২০০ টাকা এবং পরবর্তী প্রতি মাসে পূর্ববর্তী মাস থেকে ৫০ টাকা বেশি সঞ্চয় করেন।

∴ ২য় মাসে জামাল সাহেব সঞ্চয় করেন = ২০০ + ৫০ = ২৫০ টাকা
৩য় মাসে জামাল সাহেব সঞ্চয় করেন = ২৫০ + ৫০ = ৩০০ টাকা
৪র্থ মাসে জামাল সাহেব সঞ্চয় করেন = ৩০০ + ৫০ = ৩৫০ টাকা

∴ জামাল সাহেবের সঞ্চয়ের সংখ্যা প্যাটার্ন ২০০, ২৫০, ৩০০, ৩৫০ ....

এখানে, ২০০ = ১৫০ + ৫০ × ১
২৫০ = ১৫০ + ৫০ × ২
৩০০ = ১৫০ + ৫০ × ৩
....

∴ প্রতিবার সংখ্যাগুলো (১৫০ + ৫০ক) আকারে পাওয়া যাচ্ছে, যেখানে 'ক' স্বাভাবিক সংখ্যা।

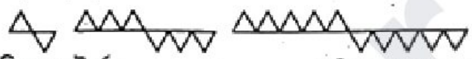
∴ ২০তম মাসে জামাল সাহেবের সঞ্চয়ের পরিমাণ
= (১৫০ + ৫০ × ২০) = ১১৫০ টাকা **(উত্তর)**

গ জামাল সাহেবের সঞ্চয়ের সাধারণ বীজগাণিতিক রাশি
= ৫০ক + ১৫০ ["খ" হতে]
আবার ৫ বছর = (৫ × ১২) মাস = ৬০ মাস
৬০তম মাসে জামাল সাহেবের সঞ্চয়ের পরিমাণ
= ৫০ × ৬০ + ১৫০ টাকা = ৩০০০ + ১৫০ টাকা = ৩১৫০ টাকা

∴ ৫ বছর বা ৬০ মাসে জামাল সাহেবের সঞ্চয়ের মোট পরিমাণ
$= \frac{২০০ + ৩১৫০}{২} \times ৬০$ টাকা = ৩৩৫০ × ৩০ টাকা
= ১০০৫০০ টাকা **(উত্তর)**

★ প্রশ্ন ▸ ১২ *শিখনফলভিত্তিক অনন্য প্রশ্ন-৪*

দৃশ্যকল্প-১: ১৭, ১২, ৭, ... একটি ক্রমহ্রাসমান তালিকা
দৃশ্যকল্প-২:



একটি জ্যামিতিক প্যাটার্ন। *◂ শিখনফল ৩, ৪, ৫ ও ৬*

ক. $৪ক^২ - ৩$ দ্বারা প্রকাশিত বীজগাণিতিক রাশির ৫ম ও ৩য় পদের পার্থক্য নির্ণয় করো। ২
খ. দৃশ্যকল্প-১ এর আলোকে ৩৫ তম বিজোড় পদ নির্ণয় করো। ৪
গ. দৃশ্যকল্প-২ এর আলোকে জ্যামিতিক প্যাটার্নের ৪৫তম পদ পর্যন্ত চিত্র আঁকতে মোট কতটি কাঠির প্রয়োজন? ৪

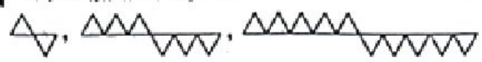
১২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক সাধারণ পদ = $৪ক^২ - ৩$
∴ ৫ম পদ = $৪(৫)^২ - ৩ = ১০০ - ৩ = ৯৭$
∴ ৩য় পদ = $৪(৩)^২ - ৩ = ৩৬ - ৩ = ৩৩$
∴ ৫ম পদ – ৩য় পদ = ৯৭ – ৩৩ = ৬৪ **(উত্তর)**

খ প্রদত্ত প্যাটার্ন: ১৭, ১২, ৭, ...
১৭ ১২ ৭
–৫ –৫

∴ ১ম পদ = ১৭ = ২২ – ৫ × ১; ২য় পদ = ১২ = ২২ – ৫ × ২
৩য় পদ = ৭ = ২২ – ৫ × ৩
....
∴ ক তম পদ = ২২ – ৫ক
∴ প্যাটার্নটি থেকে দেখা যাচ্ছে যে, এর প্রথম পদ বিজোড় ও দ্বিতীয়টি জোড়, এভাবে ক্রমান্বয়ে সাজানো আছে।
'ক' তম বিজোড় পদের বীজগাণিতিক রাশি
= প্যাটার্নের (২ক–১) তম পদ
∴ ৩৫তম বিজোড় পদ = প্যাটার্নের (৩৫ × ২ – ১) বা ৬৯তম পদ
= ২২ – ৫ × ৬৯ = – ৩২৩ **(উত্তর)**

গ প্রদত্ত জ্যামিতিক প্যাটার্ন



১ম চিত্র ২য় চিত্র ৩য় চিত্র

১ম, ২য় ও ৩য় চিত্রে কাঠির সংখ্যা যথাক্রমে ৬, ১৮ ও ৩০
∴ রূপান্তরিত সংখ্যা প্যাটার্ন ৬, ১৮, ৩০, ...
+১২ +১২

এখন ১ম পদ = ৬ = ১২ × ১ – ৬
২য় পদ = ১৮ = ১২ × ২ – ৬
৩য় পদ = ৩০ = ১২ × ৩ – ৬
....
∴ ক তম পদ = ১২ক – ৬
অতএব, ৪৫তম পদ = ১২ × ৪৫ – ৬ = ৫৩৪

∴ প্রয়োজনীয় কাঠির সংখ্যা $= \frac{১ম\ পদ + ৪৫\ তম\ পদ}{২} \times$ পদ সংখ্যা
$= \frac{৬ + ৫৩৪}{২} \times ৪৫ = ২৭০ \times ৪৫$
= ১২১৫০টি **(উত্তর)**

★★ প্রশ্ন ▸ ১৩ *শিখনফলভিত্তিক অনন্য প্রশ্ন-৫*

(i) ৩, ৭, ১১, ১৫, ... একটি তালিকার সংখ্যা এবং
(ii) ৩ক + ২ একটি বীজগাণিতিক রাশি, যেখানে 'ক' একটি স্বাভাবিক সংখ্যা। *◂ শিখনফল ২, ৪, ৫ ও ৬*

ক. ৮ কে দু'টি সংখ্যার বর্গের বিয়োগফল ও যোগফল রূপে প্রকাশ করো। ২
খ. (i) তালিকার ১ম ৩৯টি পদের যোগফল নির্ণয় করো। ৪
গ. (ii) নং রাশিটির ৩য় ও ৪র্থ পদের জ্যামিতিক প্যাটার্ন অঙ্কন করে অঙ্কনের সত্যতা যাচাই করো। ৪

১৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ৮ সংখ্যাটিকে দুটি সংখ্যার বর্গের বিয়োগফল ও যোগফল রূপে প্রকাশ করা হলো—
$৮ = ৯ - ১ = ৩^২ - ১^২$ **(উত্তর)**
$৮ = ৪ + ৪ = ২^২ + ২^২$ **(উত্তর)**

খ প্রদত্ত প্যাটার্ন: ৩, ৭, ১১, ১৫, ...
পাশাপাশি দুইটি পদের পার্থক্য = ৭ – ৩ = ১১ – ৭ = ৪
এখানে ৩ = ৪ × ১ – ১
৭ = ৪ × ২ – ১
১১ = ৪ × ৩ – ১
১৫ = ৪ × ৪ – ১
....
দেখা যাচ্ছে যে, প্রতিবার সংখ্যাগুলো (৪ক – ১) আকারের বীজগাণিতীয় রাশিকে সমর্থন করে, যেখানে 'ক' যেকোনো স্বাভাবিক সংখ্যা।

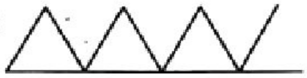
∴ ৩৯তম পদ = ৪ × ৩৯ – ১ = ১৫৬ – ১ = ১৫৫

∴ প্রথম ৩৯টি পদের সমষ্টি $= \frac{১ম\ পদ + ৩৯\ তম\ পদ}{২} \times$ পদ সংখ্যা
$= \frac{৩ + ১৫৫}{২} \times ৩৯ = \frac{১৫৮}{২} \times ৩৯ = ৭৯ \times ৩৯$
= ৩০৮১ **(উত্তর)**

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

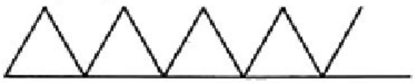
Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

গ ৩য় পদটির জ্যামিতিক প্যাটার্ন:



৩ × ৩ + ২ = ১১

৪র্থ পদটির জ্যামিতিক প্যাটার্ন:



সত্যতা যাচাই: ৩ × ৪ + ২ = ১৪

বীজগাণিতিক রাশিটির প্রতিটি পদকে কাঠির সংখ্যা বিবেচনা করলে ৩য় পদে কাঠির সংখ্যা ১১টি এবং চতুর্থ পদে কাঠির সংখ্যা ১৪টি।
আবার, গাণিতিক রাশিটির ৩য় পদ = ৩ × ৩ + ২ = ১১
এবং ৪র্থ পদ = ৩ × ৪ + ২ = ১৪টি। (সত্যতা যাচাই করা হলো)

★ প্রশ্ন ▸ ১৪ *শিখনফলভিত্তিক অনন্য প্রশ্ন-৬*

(i) (৪অ + ৩) এবং (৩অ + ১) দুইটি বীজগণিতীয় রাশি।
(ii) ২২, ২৯, ৩৮, ৪৯, ৬২, ... একটি প্যাটার্ন।

◂ শিখনফল ২, ৪, ৫ ৫ ৬

ক. ম্যাজিক বর্গ সংখ্যা নির্ণয়ের সূত্র উল্লেখ পূর্বক ৭ ক্রমের ম্যাজিক বর্গ গঠন করো। ২
খ. (ii) নং তালিকার পরের ৪টি সংখ্যা বের করো। ৪
গ. (i) নং হতে দেখাও যে, দ্বিতীয় রাশির প্রথম ১১০টি সংখ্যার সমষ্টি প্রথম রাশির প্রথম ১০টি সংখ্যার সমষ্টির ৭৩.৭ গুণ। ৪

১৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক 'ক' ক্রমের ম্যাজিক বর্গের ম্যাজিক সংখ্যাটি নির্ণয়ের

সূত্র : $\frac{ক(ক^২ + ১)}{২}$

৭ ক্রমের ম্যাজিক বর্গ:

৩০	৩৯	৪৮	১	১০	১৯	২৮
৩৮	৪৭	৭	৯	১৮	২৭	২৯
৪৬	৬	৮	১৭	২৬	৩৫	৩৭
৫	১৪	১৬	২৫	৩৪	৩৬	৪৫
১৩	১৫	২৪	৩৩	৪২	৪৪	৪
২১	২৩	৩২	৪১	৪৩	৩	১২
২২	৩১	৪০	৪৯	২	১১	২০

খ তালিকার সংখ্যাগুলো : ২২, ২৯, ৩৮, ৪৯, ৬২, ...
পাশাপাশি দুটি সংখ্যার পার্থক্য: ৭ ৯ ১১ ১৩
লক্ষ্য করি প্রতিবার পার্থক্য ২ করে বাড়ছে। ২ ২ ২
অতএব, পরবর্তী চারটি সংখ্যা হবে,
৬২ + (১৩ + ২) = ৭৭
৭৭ + (১৫ + ২) = ৯৪
৯৪ + (১৭ + ২) = ১১৩
১১৩ + (১৯ + ২) = ১৩৪ (উত্তর)

গ প্রদত্ত প্রথম রাশি = ৪অ + ৩
∴ রাশিটির ১ম (অ = ১) পদ = ৪ × ১ + ৩ = ৭
∴ রাশিটির ১০ম (অ = ১০) পদ = ৪ × ১০ + ৩ = ৪০ + ৩ = ৪৩

∴ রাশিটির প্রথম ১০টি পদের সমষ্টি = $\frac{প্রথম পদ + শেষ পদ}{২}$ × পদ সংখ্যা

= $\frac{৭ + ৪৩}{২}$ × ১০ = ২৫ × ১০ = ২৫০

আবার, প্রদত্ত দ্বিতীয় রাশি = ৩অ + ১
∴ রাশিটির ১ম (অ = ১) পদ = ৩ × ১ + ১ = ৪
∴ রাশিটির ১১০ (অ = ১১০) তম পদ = ৩ × ১১০ + ১
= ৩৩০ + ১ = ৩৩১

∴ রাশিটির প্রথম ১১০টি পদের সমষ্টি = $\frac{৪ + ৩৩১}{২}$ × ১১০ = ১৮৪২৫

দ্বিতীয় রাশির প্রথম ১১০টি পদের সমষ্টিকে প্রথম রাশির ১০টি পদের সমষ্টি দ্বারা ভাগ করে পাই, = $\frac{১৮৪২৫}{২৫০}$ = ৭৩.৭

∴ দ্বিতীয় রাশির প্রথম ১১০টি সংখ্যার সমষ্টি প্রথম রাশির প্রথম ১০টি সংখ্যার সমষ্টির ৭৩.৭ গুণ। (দেখানো হলো)

প্রশ্নব্যাংক

★★ প্রশ্ন ▸ ১৫ *শিখনফলভিত্তিক অনন্য প্রশ্ন-৭*

(২ক – ১) একটি বীজগণিতীয় রাশি, যেখানে ক স্বাভাবিক সংখ্যা।

◂ শিখনফল ২, ৪, ৫ ৫ ৬

ক. চার ক্রমের ম্যাজিক বর্গ গঠন করো। ২
খ. রাশিটিকে তালিকা আকারে প্রকাশ করো এবং দেখাও যে, তালিকার প্রথম ক সংখ্যক পদের সমষ্টি $ক^২$। ৪
গ. উদ্দীপকের আলোকে ৪র্থ পদ পর্যন্ত জ্যামিতিক প্যাটার্ন অঙ্কন করে তার যথার্থতা যাচাই করো। ৪

★ প্রশ্ন ▸ ১৬ *শিখনফলভিত্তিক অনন্য প্রশ্ন-৮*

(i) ৯, ১৭, ২৫, ৩৩, ... একটি সংখ্যা প্যাটার্ন।

◂ শিখনফল ২, ৪, ৫ ৫ ৬

(ii) ৫ক + ৯ একটি সংখ্যা প্যাটার্নের বীজগাণিতিক রাশি।
ক. ৪৫-কে দুইটি বর্গের সমষ্টি ও অন্তররূপে প্রকাশ করো। ২
খ. (i) নং প্যাটার্নটির জন্য একটি বীজগাণিতিক রাশি নির্ণয় করো। ৪
গ. (ii) নং প্যাটার্নের প্রথম ১০০টি পদের সমষ্টি নির্ণয় করো। ৪

উত্তর: ক. $৬^২ + ৩^২$; $৭^২ – ২^২$; খ. ৮ক + ১; গ. ২৬১৫০।

★★ প্রশ্ন ▸ ১৭ *শিখনফলভিত্তিক অনন্য প্রশ্ন-৯*

উপরের জ্যামিতিক চিত্রগুলো একটি প্যাটার্ন তৈরি করেছে যা সমান দৈর্ঘ্যের রেখাংশ দ্বারা তৈরি।

◂ শিখনফল ৩, ৫ ৫ ৬

ক. প্যাটার্নে ৫ম চিত্রটি তৈরি করতে কতটি রেখাংশ লাগবে? ২
খ. প্যাটার্নটি কোন বীজগণিতীয় রাশি সমর্থন করে তা যুক্তিসহ বর্ণনা করো। ৪
গ. প্যাটার্নটির প্রথম ৩০টি চিত্র তৈরি করতে মোট কতটি রেখাংশের দরকার হবে তা নির্ণয় করো। ৪

উত্তর: ক. ২৬টি; খ. ৫ক + ১; গ. ২৩৫৫টি।

★★ প্রশ্ন ▸ ১৮ *শিখনফলভিত্তিক অনন্য প্রশ্ন-১০*

(i) ৬ + ৯ + ১২ + ১৫ + ... + ১২৯
(ii) – ৪, – ৩, ০, ৫, ১২, ২১, ...

◂ শিখনফল ২, ৪, ৫ ৫ ৬

ক. ম্যাজিক বর্গ কী? ২
খ. (i) নং প্যাটার্নটির সমষ্টি নির্ণয় করো। ৪
গ. (ii) নং প্যাটার্নটির জন্য একটি বীজগাণিতিক রাশি নির্ণয় করে প্যাটার্নটির ১৬তম পদ নির্ণয় করো। ৪

উত্তর: খ. ২৮৩৫; গ. $ক^২$ – ২ক – ৩ যেখানে 'ক' স্বাভাবিক সংখ্যা; ২২১।

★★ প্রশ্ন ▸ ১৯ *শিখনফলভিত্তিক অনন্য প্রশ্ন-১১*

দৃশ্যকল্প-১: (৪ক + ৩) ও (৩ক + ১) দুইটি বীজগাণিতিক রাশি।
দৃশ্যকল্প-২: ১০, ১৭, ২৪, ৩১, ... একটি প্যাটার্ন।

◂ শিখনফল ২, ৪, ৫ ৫ ৬

ক. দেখাও যে, ৫৯ সংখ্যাটি ও এর অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে যে সংখ্যা পাওয়া যায়, তাদের যোগফল ১১ এর গুণিতক। ২
খ. দৃশ্যকল্প-১ এর আলোকে দেখাও যে, ২য় বীজগাণিতিক রাশির ১ম ১০০টি পদের সমষ্টি ১ম বীজগাণিতিক রাশির ১ম ১০টি পদের সমষ্টির ৬১ গুণ। ৪
গ. দৃশ্যকল্প-২ এর প্যাটার্নটির ৪র্থ পদের জ্যামিতিক প্যাটার্ন আঁক ও অঙ্কনের সত্যতা যাচাই করো। ৪

গণিত

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

দ্বিতীয় অধ্যায় মুনাফা

★★ প্রশ্ন ▶ ১ দাখিল বৃত্তি পরীক্ষা ২০২৫

জামিল কোনো ব্যাংকে ৩,০০০ টাকা জমা রেখে ২ বছর পর মুনাফাসহ ৩,৩০০ টাকা পেয়েছেন। ◀শিখনফল ২ ও ৩

ক. সরল মুনাফার হার নির্ণয় করো। ২

খ. আরও ২ বছর পর মুনাফা-আসল কত হবে? ৪

গ. একই হার চক্রবৃদ্ধি মুনাফায় ৪,০০০ টাকা জমা রাখলে ২ বছর পর চক্রবৃদ্ধি মূলধন কত হতো? ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, আসল, $P = ৩০০০$ টাকা

মুনাফা, $I = (৩৩০০ - ৩০০০)$ টাকা $= ৩০০$ টাকা

সময়, $n = ২$ বছর এবং ধরি, বার্ষিক মুনাফার হার r।

আমরা জানি, সরল মুনাফা, $I = Pnr$

বা, $r = \frac{I}{Pn} = \frac{৩০০}{৩০০০ \times ২} = \frac{১}{২০} = \frac{১ \times ১০০}{২০ \times ১০০} = \frac{৫}{১০০} = ৫\%$

∴ মুনাফার হার $= ৫\%$ (উত্তর)

খ দেওয়া আছে, আসল $P = ৩০০০$ টাকা,

সময়, $n = (২ + ২)$ বছর $= ৪$ বছর

'ক' হতে পাই, মুনাফার হার, $r = \frac{৫}{১০০}$

সরল মুনাফা, $I = Pnr = ৩০০০ \times ৪ \times \frac{৫}{১০০} = ৬০০$ টাকা

∴ আরও ২ বছর পর মুনাফা-আসল হবে $= (৩০০০ + ৬০০)$ টাকা

$= ৩৬০০$ টাকা (উত্তর)

গ আমরা জানি,

চক্রবৃদ্ধি মূলধন, $C = P(১ + r)^n$

$= ৪০০০\left(১ + \frac{৫}{১০০}\right)^২$ টাকা

$= ৪০০০ \times \left(\frac{১০৫}{১০০}\right)^২$ টাকা

$= ৪০০০ \times (১.০৫)^২$ টাকা

$= ৪৪১০$ টাকা (উত্তর)

এখানে,
আসল, $P = ৪০০০$ টাকা
মুনাফার হার, $r = \frac{৫}{১০০}$
সময়, $n = ২$ বছর

★★ প্রশ্ন ▶ ২ JSC ঢা. বো. ২০১৯

(i) কোনো আসল ৫ বছরে মুনাফা-আসলে ২৬,০০০ টাকা। মুনাফা, আসলের $\frac{৪}{৯}$ অংশ।

(ii) $৮\frac{১}{২}\%$ হার মুনাফায় ৯,০০০ টাকা ৩ বছরের জন্য বিনিয়োগ করা হলো। ◀শিখনফল ১, ২ ও ৩

ক. একটি ঘড়ি ৮৫৬ টাকায় বিক্রয় করায় ৭% লাভ হয়। ঐ ঘড়িটির ক্রয়মূল্য কত? ২

খ. (i) নং থেকে আসল নির্ণয় করে মুনাফার হার নির্ণয় করো। ৪

গ. (ii) নং থেকে সরল মুনাফা ও চক্রবৃদ্ধি মুনাফার পার্থক্য নির্ণয় করো। ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ঘড়িটির ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে ৭% লাভে বিক্রয়মূল্য

$= (১০০ + ৭)$ টাকা $= ১০৭$ টাকা

বিক্রয়মূল্য ১০৭ টাকা হলে ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা

∴ বিক্রয়মূল্য ১ টাকা হলে ক্রয়মূল্য $\frac{১০০}{১০৭}$ টাকা

∴ বিক্রয়মূল্য ৮৫৬ টাকা হলে ক্রয়মূল্য $\frac{১০০ \times ৮৫৬}{১০৭}$ টাকা

$= ৮০০$ টাকা (উত্তর)

খ মনে করি, আসল $= P$

প্রশ্নমতে, মুনাফা $=$ আসল এর $\frac{৪}{৯}$ অংশ

$= P \times \frac{৪}{৯} = \frac{4P}{৯}$

শর্তানুসারে, $P + \frac{4P}{৯} = ২৬০০০$

বা, $\frac{৯P + 4P}{৯} = ২৬০০০$

বা, $১৩P = ২৬০০০ \times ৯$

বা, $P = \frac{২৬০০০ \times ৯}{১৩}$

∴ $P = ১৮০০০$

∴ আসল, $P = ১৮০০০$ টাকা

∴ মুনাফা, $I = (২৬০০০ - ১৮০০০)$ টাকা $= ৮০০০$ টাকা

দেওয়া আছে, $n = ৫$ বছর

আমরা জানি, $I = Pnr$

বা, $r = \frac{I}{Pn} = \frac{৮০০০}{১৮০০০ \times ৫} = \frac{৪}{৪৫}$

∴ মুনাফার হার, $r = \frac{৪ \times ১০০}{৪৫}\% = ৮.৮৯\%$ (প্রায়) (উত্তর)

গ আমরা জানি,

সরল মুনাফা, $I = Pnr$

$= ৯০০০ \times ৩ \times \frac{১৭}{২০০}$ টাকা

$= ২২৯৫$ টাকা

এবং চক্রবৃদ্ধি মুনাফা

$= P(১ + r)^n - P$

$= P\{(১ + r)^n - ১\}$

$= ৯০০০\left\{\left(১ + \frac{১৭}{২০০}\right)^৩ - ১\right\}$ টাকা

$= ৯০০০\left\{\left(\frac{২১৭}{২০০}\right)^৩ - ১\right\}$ টাকা

$= ২৪৯৫.৬$ টাকা

এখানে,
$r = ৮\frac{১}{২}\% = \frac{১৭}{২ \times ১০০} = \frac{১৭}{২০০}$
$n = ৩$ বছর
$P = ৯০০০$ টাকা

∴ চক্রবৃদ্ধি মুনাফা ও সরল মুনাফার পার্থক্য

$= (২৪৯৫.৬ - ২২৯৫)$ টাকা

$= ২০০.৬$ টাকা (উত্তর)

গণিত

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

★★ প্রশ্ন▸৩ *JSC য. বো. ২০১৯*

একটি ল্যাপটপ ১২% ক্ষতিতে বিক্রয় করা হলো। ল্যাপটপটি আরও ২০,৪০০ টাকা বেশি মূল্যে বিক্রয় করলে ২২% লাভ হতো এবং ফাহিম ৭% হারে x টাকা এবং ৬% হারে y টাকা ঋণ নিল। সে মোট ৯২,০০০ টাকা ঋণ নিল এবং বছর শেষে ৫,৯৪০ টাকা মুনাফা শোধ করলো। ◀ শিখনফল ১ ও ২

ক. বার্ষিক ১৩% মুনাফায় ২১,০০০ টাকার ৫ বছরের সরল মুনাফা নির্ণয় করো। ২

খ. ল্যাপটপটির ক্রয় মূল্য নির্ণয় করো। ৪

গ. x এবং y এর মান নির্ণয় করো। ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক আমরা জানি,

সরল মুনাফা, $I = Pnr$

$= ২১০০০ \times ৫ \times \frac{১৩}{১০০}$

$= ১৩৬৫০$ (উত্তর)

$P = ২১,০০০$
$n = ৫$
$r = ১৩\% = \frac{১৩}{১০০}$

খ ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে ১২% ক্ষতিতে বিক্রয়মূল্য

$= (১০০ - ১২)$ টাকা $= ৮৮$ টাকা

আবার, ২২% লাভে বিক্রয়মূল্য $= (১০০ + ২২) = ১২২$ টাকা

বিক্রয়মূল্য বেশি হয় $(১২২ - ৮৮) = ৩৪$ টাকা

বিক্রয়মূল্য ৩৪ টাকা বেশি হলে ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা

বিক্রয়মূল্য ১ টাকা বেশি হলে ক্রয়মূল্য $\frac{১০০}{৩৪}$ টাকা

বিক্রয়মূল্য ২০,৪০০ টাকা বেশি হলে ক্রয়মূল্য $\frac{১০০ \times ২০,৪০০}{৩৪}$ টাকা

$= ৬০,০০০$ টাকা (উত্তর)

গ ৭% হার মুনাফায় x টাকার বার্ষিক মুনাফা

$= \left(x \times ১ \times \frac{৭}{১০০}\right) = \frac{৭x}{১০০}$ টাকা

আবার, ৬% হার মুনাফায় y টাকার বার্ষিক মুনাফা

$= \left(y \times ১ \times \frac{৬}{১০০}\right)$

$= \frac{৬y}{১০০}$ টাকা

এখন, উদ্দীপকের তথ্যানুসারে, $x + y = ৯২,০০০$ .... (i)

এবং $\frac{৭x}{১০০} + \frac{৬y}{১০০} = ৫৯৪০$

বা, $৭x + ৬y = ৫৯৪০০০$...... (ii)

এখন, (ii) − ৬ × (i) করে পাই,

$৭x + ৬y - ৬x - ৬y = ৫৯৪০০০ - ৫৫২০০০$

$\therefore x = ৪২,০০০$

(i) নং এ $x = ৪২,০০০$ বসিয়ে পাই,

$৪২,০০০ + y = ৯২,০০০$

বা, $y = ৯২,০০০ - ৪২,০০০$

$\therefore y = ৫০,০০০$

$\therefore$ x ও y এর মান যথাক্রমে ৪২,০০০ টাকা ও ৫০,০০০ টাকা (উত্তর)

★★ প্রশ্ন▸৪ *JSC কু. বো. ২০১৮*

একটি দ্রব্য ১৯০০ টাকায় বিক্রয় করায় ৫% ক্ষতি হলো। বিক্রয়মূল্যের সমপরিমাণ টাকা ৩ বছরের জন্য ৯% হার মুনাফায় ব্যাংকে জমা রাখা হলো। ◀ শিখনফল ১ ও ৩

ক. একটি দ্রব্য ৫০ টাকায় কিনে ৫৬ টাকায় বিক্রয় করলে শতকরা কত লাভ হবে তা নির্ণয় করো। ২

খ. দ্রব্যটি কত টাকায় বিক্রয় করলে ১১% লাভ হবে তা নির্ণয় করো। ৪

গ. ব্যাংকে জমাকৃত টাকার ৩ বছরের সরল মুনাফা ও চক্রবৃদ্ধি মুনাফার পার্থক্য নির্ণয় করো। ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, ক্রয়মূল্য = ৫০ টাকা, বিক্রয়মূল্য = ৫৬ টাকা

$\therefore$ লাভ = বিক্রয়মূল্য − ক্রয়মূল্য $= ৫৬ - ৫০ = ৬$ টাকা

এখন, ৫০ টাকায় লাভ হয় ৬ টাকা

$\therefore$ ১ টাকায় লাভ হয় $\frac{৬}{৫০}$ টাকা

১০০ টাকায় লাভ হয় $\frac{৬ \times ১০০}{৫০}$ টাকা $= ১২$ টাকা

$\therefore$ নির্ণেয় লাভ ১২% (উত্তর)

খ মনে করি, দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা

$\therefore$ ৫% ক্ষতিতে বিক্রয়মূল্য $= (১০০ - ৫) = ৯৫$ টাকা

১১% লাভে বিক্রয়মূল্য $= (১০০ + ১১)$ টাকা $= ১১১$ টাকা

$\therefore$ ১১% লাভের জন্য,

বিক্রয়মূল্য ৯৫ টাকার পরিবর্তে হবে ১১১ টাকা

বিক্রয়মূল্য ১ টাকার পরিবর্তে হবে $\frac{১১১}{৯৫}$ টাকা

বিক্রয়মূল্য ১৯০০ টাকার পরিবর্তে হবে $\frac{১১১ \times ১৯০০}{৯৫}$ টাকা

$= ২২২০$ টাকা

$\therefore$ দ্রব্যটি ২২২০ টাকায় বিক্রয় করলে ১১% লাভ হবে। (উত্তর)

গ দেওয়া আছে, আসল, $P = ১৯০০$ টাকা, সময়, $n = ৩$ বছর

মুনাফার হার, $r = ৯\% = \frac{৯}{১০০} = ০.০৯$

আমরা জানি, সরল মুনাফা, $I = Pnr = ১৯০০ \times ৩ \times ০.০৯$

$= ৫১৩$ টাকা

চক্রবৃদ্ধি মুনাফা $= P(১ + r)^n - P$

$= ১৯০০(১ + ০.০৯)^৩ - ১৯০০ = ৫৬০.৫৬$ টাকা (প্রায়)

$\therefore$ সরল মুনাফা ও চক্রবৃদ্ধি মুনাফার পার্থক্য

$= (৫৬০.৫৬ - ৫১৩) = ৪৭.৫৬$ টাকা (প্রায়) (উত্তর)

★★ প্রশ্ন▸৫ *JSC ব. বো. ২০১৭*

একজন ফল ব্যবসায়ী যশোর থেকে ৩৬ টাকায় ১২টি দরে কিছু সংখ্যক এবং কুষ্টিয়া থেকে ৩৬ টাকায় ১৮টি দরে সমান সংখ্যক কলা খরিদ করলেন। তিনি ৩৬ টাকায় ১৫টি দরে তা বিক্রয় করলেন। ◀ শিখনফল ১

ক. ব্যবসায়ী যশোর থেকে প্রতি একশত কলা কী দরে ক্রয় করেছিল? ২

খ. সবগুলো কলা বিক্রয় করলে শতকরা কত লাভ বা ক্ষতি হবে? ৪

গ. ২৫% লাভ করতে চাইলে প্রতি হালি কলা কী দরে বিক্রয় করতে হবে? ৪

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ১২টি কলার ক্রয়মূল্য ৩৬ টাকা

∴ ১ টি কলার ক্রয়মূল্য $\frac{৩৬}{১২}$ টাকা

∴ ১০০ টি কলার ক্রয়মূল্য $\frac{৩৬ \times ১০০}{১২}$ টাকা

= ৩০০ টাকা (উত্তর)

খ ১২টি কলার ক্রয়মূল্য ৩৬ টাকা

∴ ১টি কলার ক্রয়মূল্য $\frac{৩৬}{১২}$ টাকা = ৩ টাকা

আবার, ১৮টি কলার ক্রয়মূল্য ৩৬ টাকা

∴ ১টি কলার ক্রয়মূল্য $\frac{৩৬}{১৮}$ টাকা = ২ টাকা

(১ + ১) বা, ২টি কলার ক্রয়মূল্য (৩ + ২) টাকা = ৫ টাকা

∴ ১টি কলার ক্রয়মূল্য $\frac{৫}{২}$ টাকা

আবার, ১৫টি কলার বিক্রয়মূল্য ৩৬ টাকা

∴ ১টি কলার বিক্রয়মূল্য $\frac{৩৬}{১৫}$ টাকা = $\frac{১২}{৫}$ টাকা

ক্রয়মূল্য অপেক্ষা বিক্রয়মূল্য কম হওয়ায় ক্ষতি হয়েছে।

∴ ক্ষতি হয় = $\left(\frac{৫}{২} - \frac{১২}{৫}\right)$ টাকা

$= \frac{২৫ - ২৪}{১০} = \frac{১}{১০}$ টাকা

∴ $\frac{৫}{২}$ টাকায় ক্ষতি $\frac{১}{১০}$ টাকা

∴ ১ টাকায় ক্ষতি $\frac{১ \times ২}{৫ \times ১০}$ টাকা

∴ ১০০ টাকায় ক্ষতি $\frac{১ \times ২ \times ১০০}{৫ \times ১০}$ টাকা = ৪ টাকা

∴ ক্ষতি ৪% (উত্তর)

গ ২৫% লাভে ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য

= (১০০ + ২৫) টাকা = ১২৫ টাকা

'খ' থেকে প্রাপ্ত, ১টি কলার ক্রয়মূল্য $\frac{৫}{২}$ টাকা

ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য ১২৫ টাকা

∴ ক্রয়মূল্য ১ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য $\frac{১২৫}{১০০}$ টাকা

∴ ক্রয়মূল্য $\frac{৫}{২}$ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য $\frac{১২৫ \times ৫}{১০০ \times ২} = \frac{২৫}{৮}$ টাকা

∴ ১টি কলার বিক্রয়মূল্য $\frac{২৫}{৮}$ টাকা

∴ ৪টি কলার বিক্রয়মূল্য $\frac{২৫ \times ৪}{৮} = \frac{২৫}{২}$ টাকা = ১২.৫০ টাকা

∴ ৪টি বা এক হালি কলার বিক্রয়মূল্য ১২.৫ টাকা (উত্তর)

★★ প্রশ্ন▸৬ JSC য. বো. ২০১৭

এক ব্যবসায়ী বার্ষিক ১১% মুনাফায় ৩,০০০ টাকা এবং ৯% মুনাফায় ৪,০০০ টাকা দুইটি ভিন্ন ব্যাংক থেকে ২ বছরের জন্য ঋণ গ্রহণ করলেন।

ক. প্রথম ব্যাংকে তাকে মোট কত টাকা মুনাফা দিতে হবে? ২

খ. তাকে গড়ে শতকরা বার্ষিক কত হারে মুনাফা দিতে হবে? ৪

গ. দ্বিতীয় ব্যাংক এর জন্য চক্রবৃদ্ধি মুনাফা ও সরল মুনাফার পার্থক্য নির্ণয় করো। ৪

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক আমরা জানি,

মুনাফা, I = Pnr

$= \frac{৩০০০ \times ২ \times ১১}{১০০}$

= ৬৬০ টাকা

এখানে, আসল, P = ৩০০০ টাকা; মুনাফার হার, r = ১১% = $\frac{১১}{১০০}$; সময়, n = ২ বছর

সুতরাং, প্রথম ব্যাংকে তাকে ৬৬০ টাকা মুনাফা দিতে হবে। (উত্তর)

খ ১ম ব্যাংকের ক্ষেত্রে :

মুনাফা, I = Pnr

$= \frac{৩০০০ \times ১ \times ১১}{১০০}$

= ৩৩০ টাকা

এখানে, P = ৩০০০ টাকা; r = ১১% = $\frac{১১}{১০০}$; n = ১ বছর

২য় ব্যাংকের ক্ষেত্রে :

মুনাফা, I = Pnr

$= \frac{৪০০০ \times ১ \times ৯}{১০০}$

= ৩৬০ টাকা

P = ৪০০০ টাকা; r = ৯% = $\frac{৯}{১০০}$; n = ১ বছর

এখানে, মোট মূলধন = (৩০০০ + ৪০০০) = ৭০০০ টাকা

মোট মুনাফা = (৩৩০ + ৩৬০) = ৬৯০ টাকা

∴ গড় শতকরা মুনাফার হার = $\frac{৬৯০ \times ১০০}{৭০০০}$ = ৯.৮৬ টাকা

সুতরাং ব্যবসায়ীকে গড়ে শতকরা ৯.৮৬ টাকা হারে মুনাফা দিতে হবে। (উত্তর)

গ ২ বছরের চক্রবৃদ্ধি মুনাফা = $P(১ + r)^n - P$

$= ৪০০০\left(১ + \frac{৯}{১০০}\right)^২ - ৪০০০$

$= ৪০০০\left(\frac{১০০ + ৯}{১০০}\right)^২ - ৪০০০$

$= ৪০০০\left(\frac{১০৯}{১০০}\right)^২ - ৪০০০$

এখানে, আসল, P = ৪০০০ টাকা; মুনাফার হার, r = ৯% = $\frac{৯}{১০০}$; সময়, n = ২ বছর

$= \frac{৪০০০ \times ১০৯ \times ১০৯}{১০০ \times ১০০} - ৪০০০$

= ৪৭৫২.৪ − ৪০০০ = ৭৫২.৪০ টাকা

∴ ২ বছরের সরল মুনাফা, I = Pnr = $\left(৪০০০ \times ২ \times \frac{৯}{১০০}\right)$

= ৭২০ টাকা

সুতরাং, ২য় ব্যাংকের জন্য চক্রবৃদ্ধি মুনাফা ও সরল মুনাফার পার্থক্য = (৭৫২.৪০ − ৭২০) = ৩২.৪০ টাকা (উত্তর)

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

★★ প্রশ্ন ▸ ৭ *রাজউক উত্তরা মডেল কলেজ, ঢাকা*

কোনো আসল ৩ বছরে মুনাফা-আসলে ১৫৭৮ টাকা এবং ৫ বছরে মুনাফা-আসলে ১৮৩০ টাকা হয়। ◂ *শিখনফল ২ ও ৩*

ক. ৫ বছরের মুনাফা নির্ণয় করো। ২

খ. আসল ও মুনাফার হার নির্ণয় করো। ৪

গ. উক্ত হার মুনাফায় ১০০০০ টাকার ৭ বছরের সরল মুনাফা ও চক্রবৃদ্ধি মুনাফার পার্থক্য নির্ণয় করো। ৪

৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, ৫ বছরের মুনাফা + আসল = ১৮৩০ টাকা

৩ বছরের মুনাফা + আসল = ১৫৭৮ টাকা

(−)

∴ ২ বছরের মুনাফা = ২৫২ টাকা

∴ ১ বছরের মুনাফা $= \frac{২৫২}{২}$ টাকা

∴ ৫ বছরের মুনাফা $= \left(\frac{২৫২ \times ৫}{২}\right)$ টাকা

= ৬৩০ টাকা **(উত্তর)**

খ 'ক' হতে পাই, ৫ বছরের মুনাফা = ৬৩০ টাকা

দেওয়া আছে, ৫ বছরের (মুনাফা + আসল) = ১৮৩০ টাকা

∴ আসল = (মুনাফা-আসল) − মুনাফা

= (১৮৩০ − ৬৩০) টাকা

= ১২০০ টাকা

অর্থাৎ, ১২০০ টাকার ৫ বছরের মুনাফা = ৬৩০ টাকা

∴ ১ টাকার ১ বছরের মুনাফা $= \frac{৬৩০}{১২০০ \times ৫}$ টাকা

∴ ১০০ টাকার ১ বছরের মুনাফা $= \left(\frac{৬৩০ \times ১০০}{১২০০ \times ৫}\right)$ টাকা

= ১০.৫ টাকা

∴ আসল ১২০০ টাকা ও মুনাফার হার ১০.৫% **(উত্তর)**

গ 'খ' হতে পাই, মুনাফার হার ১০.৫%

এখানে, আসল, P = ১০০০০ টাকা

সময়, n = ৭ বছর

মুনাফার হার, $r = ১০.৫\% = \frac{১০.৫}{১০০}$

∴ সরল মুনাফা, $I = Pnr = \left(১০০০০ \times ৭ \times \frac{১০.৫}{১০০}\right)$ টাকা

= ৭৩৫০ টাকা

এবং চক্রবৃদ্ধি মুনাফা $= A - P = P(১ + r)^n - P$

$= \left\{১০০০০\left(১ + \frac{১০.৫}{১০০}\right)^৭ - ১০০০০\right\}$ টাকা

= (২০১১৫.৭৪ − ১০০০০) টাকা

= ১০১১৫.৭৪ টাকা (প্রায়)

∴ সরল মুনাফা ও চক্রবৃদ্ধি মুনাফার পার্থক্য

= (১০১১৫.৭৪ − ৭৩৫০) টাকা

= ২৭৬৫.৭৪ টাকা (প্রায়) **(উত্তর)**

★★ প্রশ্ন ▸ ৮ *ভিকারুননিসা নূন স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা*

বার্ষিক ৭.৫% হার মুনাফায় কোনো ব্যাংকে ৪০০০০ টাকা জমা রাখা হলো। ◂ *শিখনফল ২ ও ৩*

ক. একটি ঘড়ি ৭৪৯ টাকায় বিক্রয় করায় ৭% লাভ হলো। ঘড়িটির ক্রয়মূল্য নির্ণয় করো। ২

খ. উদ্দীপকের মূলধন কত বছরে মুনাফা-আসলে ২.৫ গুণ হবে, নির্ণয় করো। ৪

গ. উদ্দীপকে উল্লেখিত টাকার ২ বছরের সরল মুনাফা ও চক্রবৃদ্ধি মুনাফার পার্থক্য নির্ণয় করো। ৪

৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ৭% লাভে, ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে, বিক্রয়মূল্য = (১০০ + ৭) টাকা

= ১০৭ টাকা

বিক্রয়মূল্য ১০৭ টাকা হলে, ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা

∴ বিক্রয়মূল্য ১ টাকা হলে, ক্রয়মূল্য $\frac{১০০}{১০৭}$ টাকা

∴ বিক্রয়মূল্য ৭৪৯ টাকা হলে, ক্রয়মূল্য $\frac{১০০ \times ৭৪৯}{১০৭}$ টাকা

= ৭০০ টাকা

∴ ঘড়িটির ক্রয়মূল্য ৭০০ টাকা। **(উত্তর)**

খ দেওয়া আছে, আসল, P = ৪০০০০ টাকা

মুনাফার হার, $r = ৭.৫\% = \frac{৭.৫}{১০০} = ০.০৭৫$

ধরি, সময় = n বছর

সরল মুনাফা, $I = Pnr = ৪০০০০ \times ০.০৭৫ \times n$

প্রশ্নমতে, $৪০০০০ + I = ২.৫ \times ৪০০০০$

বা, $৪০০০০ + ৪০০০০ \times ০.০৭৫ \times n = ১০০০০০$

বা, $৩০০০ \times n = ১০০০০০ - ৪০০০০$

বা, $৩০০০ \times n = ৬০০০০$

বা, $n = \frac{৬০০০০}{৩০০০}$

∴ n = ২০

∴ মূলধন ২০ বছরে মুনাফা-আসলে ২.৫ গুণ হবে। **(উত্তর)**

গ দেওয়া আছে,

আসল, P = ৪০০০০ টাকা

মুনাফার হার, r = ৭.৫% = ০.০৭৫

সময়, n = ২ বছর।

সরল মুনাফা = Pnr = (৪০০০০ × ০.০৭৫ × ২) টাকা

= ৬০০০ টাকা

চক্রবৃদ্ধি মুনাফা $= P(১ + r)^n - P$

$= P\{(১ + r)^n - ১\}$

$= ৪০০০০\{(১ + ০.০৭৫)^২ - ১\}$

= ৬২২৫ টাকা

∴ চক্রবৃদ্ধি মুনাফা ও সরল মুনাফার পার্থক্য

= (৬২২৫ − ৬০০০) টাকা

= ২২৫ টাকা **(উত্তর)**

গণিত

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

★ প্রশ্ন ▶ ৯ *সরকারি অগ্রগামী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয় ও কলেজ, সিলেট*

i. কোনো আসল ৫ বছরের মুনাফা আসলে ১০,০০০ টাকা এবং ৩ বছরের মুনাফা আসলে ৯০০০ টাকা হয়।

ii. ৪% হার মুনাফায় কোনো টাকার ২ বছরের সরল মুনাফা ও চক্রবৃদ্ধি মুনাফার পার্থক্য ১ টাকা। *◄ শিখনফল ১, ২ ও ৩*

ক. কোনো দ্রব্য ৫৮৩ টাকায় বিক্রয় করলে ৩৩ টাকা লাভ হয়। শতকরা কত টাকা লাভ হয় নির্ণয় করো। ২

খ. (i) নং হতে আসল ও মুনাফার হার নির্ণয় করো। ৪

গ. (ii) নং হতে মূলধন নির্ণয় করো। ৪

৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য = ৫৮৩ − ৩৩ = ৫৫০ টাকা

$\therefore$ শতকরা লাভ হয় $= \frac{৩৩}{৫৫০} \times ১০০$

= ৬ টাকা (উত্তর)

খ ৫ বছরের মুনাফা + আসল = ১০০০০ টাকা

৩ বছরের মুনাফা + আসল = ৯০০০ টাকা

(বিয়োগ করে) ২ বছরের মুনাফা = ১০০০ টাকা

$\therefore$ ১ বছরের মুনাফা $= \frac{১০০০}{২} =$ ৫০০ টাকা

$\therefore$ ৩ বছরের মুনাফা = ৩ × ৫০০ টাকা = ১৫০০ টাকা

$\therefore$ আসল = ৯০০০ − ১৫০০ টাকা = ৭৫০০ টাকা (উত্তর)

৭৫০০ টাকার ৩ বছরের মুনাফা = ১৫০০ টাকা

১ টাকার ১ বছরের মুনাফা $= \frac{১৫০০}{৩ \times ৭৫০০}$ টাকা

$\therefore$ ১০০ টাকার ১ বছরের মুনাফা $= \frac{১৫০০ \times ১০০}{৩ \times ৭৫০০} = \frac{২০}{৩} = ৬\frac{২}{৩}$ টাকা

$\therefore$ মুনাফার হার $৬\frac{২}{৩}\%$ (উত্তর)

গ ধরি, আসল P টাকা

মুনাফার হার, $r = ৪\% = \frac{৪}{১০০} = \frac{১}{২৫}$ এবং সময়, n = ২ বছর

$\therefore$ সরল মুনাফা $= Pnr = P \times ২ \times \frac{১}{২৫} = \frac{২P}{২৫}$ টাকা

চক্রবৃদ্ধি মুনাফা $= P(১ + r)^n - P = P\left(১ + \frac{১}{২৫}\right)^২ - P$

$= \frac{৬৭৬P}{৬২৫} - P = \frac{৫১P}{৬২৫}$

প্রশ্নমতে, $\frac{৫১P}{৬২৫} - \frac{২P}{২৫} = ১$ বা, $\frac{৫১P - ৫০P}{৬২৫} = ১$ বা, $\frac{P}{৬২৫} = ১$

$\therefore$ P = ৬২৫ টাকা (উত্তর)

★★ প্রশ্ন ▶ ১০ *বীরশ্রেষ্ঠ মুন্সী আব্দুর রউফ পাবলিক কলেজ, ঢাকা*

কোনো শহরে বর্তমান জনসংখ্যা ৪ লক্ষ। ঐ শহরে জনসংখ্যা বৃদ্ধির হার প্রতি হাজারে ২৫ জন। একই হার মুনাফায় কোনো মূলধনের এক বছরান্তে চক্রবৃদ্ধি মূলধন ৬৫০০ টাকা এবং দুই বছরান্তে ৬৭৬০ টাকা। *◄ শিখনফল ২ ও ৩*

ক. ৩ বছর পর ঐ শহরে জনসংখ্যা কত হবে? ২

খ. মূলধন নির্ণয় করো। ৪

গ. উক্ত হার মুনাফায় ৩ বছর পর সরল মুনাফা ও চক্রবৃদ্ধি মুনাফার পার্থক্য নির্ণয় করো। ৪

১০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

বর্তমান জনসংখ্যা, P = ৪,০০,০০০ জন

জনসংখ্যা বৃদ্ধির হার, $r = \frac{২৫}{১০০০} = ০.০২৫$

সময়, n = ৩ বছর

$\therefore$ ৩ বছর পর শহরের জনসংখ্যা $= P(১ + r)^n$

$= ৪০০০০০ (১ + ০.০২৫)^৩$

$= ৪০০০০০(১.০২৫)^৩$

= ৪৩০৭৫৬ জন। (উত্তর)

খ আমরা জানি, মূলধন P, সময় n, মুনাফার হার r হলে,

চক্রবৃদ্ধি মূলধন $= P (১ + r)^n$

$\therefore$ এক বছরান্তে চক্রবৃদ্ধি মূলধন $= P(১ + r)^১ = P(১ + r)$

দুই বছরান্তে চক্রবৃদ্ধি মূলধন $= P (১ + r)^২$

প্রশ্নমতে, $P (১ + r)^২ = ৬৭৬০$ .... (i)

এবং $P (১ + r) = ৬৫০০$ .... (ii)

সমীকরণ (i) নং কে (ii) নং দ্বারা ভাগ করে পাই,

$\frac{P(১ + r)^২}{P(১ + r)} = \frac{৬৭৬০}{৬৫০০}$

বা, $১ + r = \frac{৬৭৬}{৬৫০}$ .... (iii)

(১ + r) এর মান (ii) নং এ বসিয়ে পাই,

$P \times \frac{৬৭৬}{৬৫০} = ৬৫০০$

বা, $P = \frac{৬৫০ \times ৬৫০০}{৬৭৬}$

$\therefore$ P = ৬২৫০ টাকা

$\therefore$ মূলধন ৬২৫০ টাকা। (উত্তর)

গ এখানে, মূলধন, P = ৬২৫০ টাকা ('খ' হতে)

মুনাফার হার r এবং সময়, n = ৩ বছর

এখন, প্রশ্নমতে, P(১ + r) = ৬৫০০

বা, ৬২৫০(১ + r) = ৬৫০০

বা, $১ + r = \frac{৬৫০০}{৬২৫০}$ বা, ১ + r = ১.০৪

বা, r = ১.০৪ − ১ $\therefore$ r = ০.০৪

তাহলে,

৩ বছর পর সরল মুনাফা = Pnr = (৬২৫০ × ৩ × ০.০৪) টাকা

= ৭৫০ টাকা

এবং ৩ বছর পর চক্রবৃদ্ধি মুনাফা $= P(১ + r)^n - P$

$= P\{(১ + r)^n - ১\}$

$= ৬২৫০ \{(১ + ০.০৪)^৩ - ১\}$ টাকা

= ৬২৫০ × (১.১২৪৮৬৪ − ১) টাকা

= (৬২৫০ × ০.১২৪৮৬৪) টাকা

= ৭৮০.৪ টাকা

$\therefore$ ৩ বছর পর সরল মুনাফা ও চক্রবৃদ্ধি মুনাফার পার্থক্য

= (৭৮০.৪ − ৭৫০) টাকা = ৩০.৪ টাকা (উত্তর)

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

★★ প্রশ্ন ▸ ১১ | *নোয়াখালী জিলা স্কুল*

কোনো শহরে বর্তমান জনসংখ্যা ৮০ লক্ষ। প্রতি হাজারে শহরটিতে জনসংখ্যা বৃদ্ধির হার ২৫ জন। ◀ শিখনফল ২ ও ৩

ক. বর্ণনাসহ সরল মুনাফা নির্ণয়ের সূত্রটি লেখ। ২

খ. কত বছর পর ঐ শহরের লোক সংখ্যা ৮৬১৫১২০ হবে? ৪

গ. ৪ বছর পর জনসংখ্যা বৃদ্ধির হার প্রতি হাজারে ৩০ জন হলে পরবর্তী ৪ বছর পর জনসংখ্যা কত হবে? ৪

১১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক সরল মুনাফা: প্রতিবছর শুধু প্রারম্ভিক মূলধনের ওপর যে মুনাফা হিসাব করা হয় একে সরল মুনাফা (Simple profit) বলে। শুধু মুনাফা বলতে সরল মুনাফা বুঝায়।

সরল মুনাফা নির্ণয়ের সূত্র, $I = Pnr$

যেখানে, I = মুনাফা (profit)

P = মূলধন (principle)

n = সময় (time)

r = মুনাফার হার (rate of interest)

খ দেওয়া আছে, জনসংখ্যা বৃদ্ধির হার $= \frac{২৫}{১০০০}$

শহরটির বর্তমান জনসংখ্যা, $P = ৮০০০০০০$ জন

ধরি, n বছর পর জনসংখ্যা, $C = ৮৬১৫১২০$ জন

এখানে, জনসংখ্যা বৃদ্ধির ক্ষেত্রে সবৃদ্ধি মূলধনের সূত্র প্রযোজ্য।

$\therefore C = P(১ + r)^n$

বা, $(১ + r)^n = \frac{C}{P}$

বা, $\left(১ + \frac{২৫}{১০০০}\right)^n = \frac{৮৬১৫১২০}{৮০০০০০০} = ১.০৭৬৮৯$

বা, $(১.০২৫)^n = ১.০৭৬৮৯$

এখন, $n = ১$ হলে, $(১.০২৫)^১ = ১.০২৫$

$n = ২$ হলে, $(১.০২৫)^২ = ১.০৫০৬২৫$

$n = ৩$ হলে, $(১.০২৫)^৩ = ১.০৭৬৮৯$

$\therefore n = ৩$

$\therefore$ নির্ণেয় বছর $n = ৩$ **(উত্তর)**

গ ৪ বছর পর জনসংখ্যা হবে

$C = P(১ + r)^n$

$= ৮০০০০০০\left(১ + \frac{২৫}{১০০০}\right)^৪$

$= ৮০০০০০০(১.০২৫)^৪$

≈ ৮৮৩০৫০৩ জন

যেখানে: $P = ৮০০০০০০$ জন, $r = \frac{২৫}{১০০০}$, $n = ৪$ বছর, $C = ?$

৪ বছর পর জনসংখ্যা হবে ৮৮৩০৫০৩ জন

আবার, পরবর্তী ৪ বছর জনসংখ্যা বৃদ্ধির হার $= \frac{৩০}{১০০০} = \frac{৩}{১০০}$

$\therefore$ পরবর্তী ৪ বছর পর জনসংখ্যা হবে,

$C = P(১ + r)^n$

$= ৮৮৩০৫০৩\left(১ + \frac{৩}{১০০}\right)^৪$

$= ৮৮৩০৫০৩ \times (১.০৩)^৪$

$= ৯৯৩৮৮০৮.৯২৩$

≈ ৯৯৩৮৮০৮

এখানে, $P = ৮৮৩০৫০৩$ জন, $r = \frac{৩}{১০০}$, $n = ৪$ বছর

$\therefore$ পরবর্তী ৪ বছর পর জনসংখ্যা হবে ৯৯৩৮৮০৮ জন **(উত্তর)**

★ প্রশ্ন ▸ ১২ | *রামদেও বাজলা সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, জয়পুরহাট*

একজন লোক ব্যাংক থেকে ১ লক্ষ টাকা ৪ মাস অন্তর চক্রবৃদ্ধি মুনাফাভিত্তিক স্থায়ী আমানত রাখলেন। মুনাফার হার ১২%। ◀ অধ্যায় ১ ও ২ এর সমন্বয়ে

ক. ১৩০ কে দুইভাবে দুইটি সংখ্যার বর্গের সমষ্টিরূপে প্রকাশ করো। ২

খ. চার মাস পর ঐ লোকের হিসেবে কত টাকা জমা হবে? ৪

গ. ১ বছর পর তার চক্রবৃদ্ধি মূলধন কত হবে? ৪

১২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ১৩০ কে দুইটি সংখ্যার বর্গের সমষ্টিরূপে প্রকাশ করা হলো :

$১৩০ = ৮১ + ৪৯ = ৯^২ + ৭^২$

$১৩০ = ৯ + ১২১ = ৩^২ + ১১^২$ **(উত্তর)**

খ আমরা জানি, সরল মুনাফা, $I = Pnr$

যেখানে মূলধন, $P = ১০০০০০$ টাকা

মুনাফার হার, $r = ১২\% = \frac{১২}{১০০}$

সময়, $n = \frac{৪}{১২}$ বছর [$\because$ ৪ মাস অন্তর মুনাফা]

$\therefore I = Pnr = ১০০০০০ \times \frac{৪}{১২} \times \frac{১২}{১০০} = ৪০০০$ টাকা

$\therefore$ চার মাস পর ঐ লোকের হিসেবে ৪০০০ টাকা মুনাফা জমা হবে এবং মোট মূলধন হবে $= ১০০০০০ + ৪০০০ = ১০৪০০০$ টাকা **(উত্তর)**

গ $P = ১,০০,০০০$ টাকা

চক্রের সংখ্যা, $n = \frac{১২}{৪} = ৩$ [$\because$ ৪ মাস পর পর চক্রবৃদ্ধি ঘটে]

বার্ষিক মুনাফার হার ১২%

$\therefore$ ৪ মাসে শতকরা মুনাফা $= \frac{১২ \times ৪}{১২ \times ১০০} = \frac{১}{২৫}$

১ বছর পর চক্রবৃদ্ধি মূলধন, $C = P(1 + r)^n$

$= ১০০০০০ \times \left(১ + \frac{৪}{১০০}\right)^৩$ টাকা

$= \left(১০০০০০ \times \frac{১০৪}{১০০} \times \frac{১০৪}{১০০} \times \frac{১০৪}{১০০}\right)$ টাকা

$= ১১২৪৮৬.৪$ টাকা **(উত্তর)**

★ প্রশ্ন ▸ ১৩ | *নারায়ণগঞ্জ সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়*

একটি মোবাইল উৎপাদনকারী ১০% লাভে এবং পাইকারী বিক্রেতা ১০% ক্ষতিতে ও খুচরা বিক্রেতা ২০% লাভে বিক্রি করে। আবার শতকরা বার্ষিক ১০ টাকা মুনাফায় P টাকার ৩ বছরের সরল মুনাফা ও চক্রবৃদ্ধি মুনাফার পার্থক্য x টাকা। ◀ শিখনফল ২ ও ৩

ক. ৮% হারে ৬২৫০০ টাকার ৩ বছরের চক্রবৃদ্ধি মুনাফা কত? ২

খ. মোবাইলটির খুচরা বিক্রয়মূল্য ৪০,০০০ টাকা হলে এর উৎপাদন খরচ কত? ৪

গ. $x = ১৫৫$ টাকা হলে P নির্ণয় করো। ৪

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

১৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক চক্রবৃদ্ধি মুনাফা = চক্রবৃদ্ধি মূলধন − প্রারম্ভিক মূলধন

$= P(১ + r)^n - P$

$= \{৬২৫০০(১ + ০.০৮)^৩ - ৬২৫০০\}$ টাকা

$= (৭৮৭৩২ - ৬২৫০০)$ টাকা

$= ১৬২৩২$ টাকা (উত্তর)

এখানে, $P = ৬২৫০০$ টাকা, $n = ৩$ বছর, $r = ৮\% = ০.০৮$

খ মনে করি, খুচরা বিক্রেতার ক্রয়মূল্য ক টাকা

২০% লাভে খুচরা বিক্রেতার বিক্রয়মূল্য = ক + ক এর ২০%

$= ক + ক \times \frac{২০}{১০০} = \frac{১২০ক}{১০০}$

প্রশ্নমতে, $\frac{১২০ক}{১০০} = ৪০০০০$ বা, $ক = \frac{৪০০০০ \times ১০০}{১২০}$

$\therefore ক = \frac{১০০০০০}{৩}$ টাকা

$\therefore$ খুচরা বিক্রেতার ক্রয়মূল্য = পাইকারী বিক্রেতার বিক্রয়মূল্য

$= \frac{১০০০০০}{৩}$ টাকা

এখন, ১০% ক্ষতিতে পাইকারী বিক্রেতার,

বিক্রয়মূল্য (১০০ − ১০) বা, ৯০ টাকা হলে ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা

$\therefore$ বিক্রয়মূল্য ১ টাকা হলে ক্রয়মূল্য $\frac{১০০}{৯০}$ টাকা

$\therefore$ বিক্রয়মূল্য $\frac{১০০০০০}{৩}$ টাকা হলে ক্রয়মূল্য $\frac{১০০ \times ১০০০০০}{৯০ \times ৩}$ টাকা

$= \frac{১০০০০০০}{২৭}$ টাকা

$\therefore$ পাইকারী বিক্রেতার ক্রয়মূল্য = উৎপাদনকারীর বিক্রয়মূল্য

$= \frac{১০০০০০০}{২৭}$ টাকা

আবার, ১০% লাভে উৎপাদনকারীর,

বিক্রয়মূল্য (১০০ + ১০) বা, ১১০ টাকা হলে উৎপাদন খরচ ১০০ টাকা

বিক্রয়মূল্য ১ টাকা হলে উৎপাদন খরচ $\frac{১০০}{১১০}$ টাকা

বিক্রয়মূল্য $\frac{১০০০০০০}{২৭}$ টাকা হলে উৎপাদন খরচ $\frac{১০০ \times ১০০০০০০}{১১০ \times ২৭}$

$= ৩৩৬৭০.০৩৪$ টাকা।

$\therefore$ মোবাইলটির উৎপাদন খরচ ৩৩৬৭০.০৩৪ টাকা (উত্তর)

গ দেওয়া আছে, আসল P টাকা

মুনাফার হার, $r = ১০\% = ০.১$

সময়, $n = ৩$ বছর

চক্রবৃদ্ধি মুনাফা ও সরল মুনাফার পার্থক্য, $x = ১৫৫$ টাকা

আমরা জানি, চক্রবৃদ্ধি মূলধন, $C = P(১ + r)^n = P(১ + ০.১)^৩$

$= ১.৩৩১P$ টাকা

$\therefore$ চক্রবৃদ্ধি মুনাফা $= C - P = ১.৩৩১P - P$

$= P(১.৩৩১ - ১) = ০.৩৩১P$ টাকা

আবার, সরল মুনাফা, $I = Pnr = P \times ৩ \times ০.১ = ০.৩P$ টাকা

প্রশ্নমতে, $০.৩৩১P - ০.৩P = x$

বা, $P(০.৩৩১ - ০.৩) = ১৫৫$ বা, $০.০৩১P = ১৫৫$

$\therefore P = ৫০০০$ টাকা (উত্তর)

★★ প্রশ্ন▶১৪ *শিখনফলভিত্তিক অনন্য প্রশ্ন-১*

একজন ফল ব্যবসায়ী বার্ষিক ৮% চক্রবৃদ্ধি মুনাফায় ১৫০০০ টাকা ব্যাংক থেকে ঋণ গ্রহণ করেন এবং সম্পূর্ণ টাকার লিচু ক্রয় করে $\frac{১}{৩}$ অংশ লিচু ২০% ক্ষতিতে বিক্রি করেন। *৪/শিখনফল ২ ও ৩*

ক. ৩০ কেজি চাল উদ্দীপকের মুনাফার সমপরিমাণ টাকায় ক্রয় করে, একই পরিমাণ টাকায় ২৫ কেজি চাল বিক্রয় করলে শতকরা লাভ নির্ণয় করো। ২

খ. প্রতি বছর শেষে ১৫০০ টাকা করে পরিশোধ করলে ২য় কিস্তি পরিশোধের পর ঐ ব্যক্তির অবশিষ্ট ঋণের পরিমাণ কত? ৪

গ. অবশিষ্ট লিচু শতকরা কত লাভে বিক্রয় করলে ঐ ব্যবসায়ীর মোটের উপর ৩০% লাভ হবে? ৪

১৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, ৩০ কেজি চালের ক্রয়মূল্য ১৫০০০ টাকা

$\therefore$ ২৫ কেজি চালের বিক্রয়মূল্য ১৫০০০ টাকা

$\therefore$ ১ কেজি চালের বিক্রয়মূল্য $\frac{১৫০০০}{২৫}$ টাকা

$\therefore$ ৩০ কেজি চালের বিক্রয়মূল্য $\frac{১৫০০০ \times ৩০}{২৫}$ টাকা = ১৮০০০ টাকা

$\therefore$ লাভ $= \left(\frac{১৮০০০ - ১৫০০০}{১৫০০০} \times ১০০\right)\% = ২০\%$ (উত্তর)

খ ১ম বছর থেকে চক্রবৃদ্ধি ঋণ,

$C_1 = P(1 + r)^১ = ১৫০০০ \times \left(১ + \frac{৮}{১০০}\right)^১ = ১৬২০০$ টাকা

১ম বছর শেষে ১৫০০ টাকা কিস্তি পরিশোধ করা হলে ২য় বছরের শুরুতে আসল, $P_1 = (১৬২০০ - ১৫০০) = ১৪৭০০$ টাকা।

২য় বছরের চক্রবৃদ্ধি ঋণ, $C_2 = P_1(১ + r)^১$

$= ১৪৭০০\left(১ + \frac{৮}{১০০}\right)^১$

$= ১৫৮৭৬$ টাকা

$\therefore$ ২য় কিস্তি পরিশোধের পর অবশিষ্ট ঋণ

$= (১৫৮৭৬ - ১৫০০)$ টাকা $= ১৪৩৭৬$ টাকা (উত্তর)

গ ১৫০০০ টাকার $\frac{১}{৩}$ অংশ লিচুর ক্রয়মূল্য $= \left(১৫০০০ \times \frac{১}{৩}\right)$ টাকা

$= ৫০০০$ টাকা

২০% ক্ষতিতে, ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য ৮০ টাকা

ক্রয়মূল্য ১ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য $\frac{৮০}{১০০}$ টাকা

$\therefore$ ক্রয়মূল্য ৫০০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য $\frac{৮০ \times ৫০০০}{১০০}$ টাকা

$= ৪০০০$ টাকা

মোটের উপর ৩০% লাভে লিচুর বিক্রয়মূল্য

$= (১৫০০০ + ১৫০০০ \times \frac{৩০}{১০০})$ টাকা $= ১৯৫০০$ টাকা

$\therefore$ অবশিষ্ট (১৫০০০ − ৫০০০) = ১০০০০ টাকার

লিচু বিক্রয় করতে হবে (১৯৫০০ − ৪০০০) বা ১৫৫০০ টাকায়।

অবশিষ্ট লিচু হতে লাভ $= \left(\frac{১৫৫০০ - ১০০০০}{১০০০০} \times ১০০\right)\%$

$= ৫৫\%$ (উত্তর)

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

★ প্রশ্ন ▸ ১৫ *শিখনফলভিত্তিক অনন্য প্রশ্ন-২*

দোকান থেকে একটি বিশেষ কলম বিভিন্ন পরিমাণে কিনলে মোট খুচরা মূল্যের উপর নিচের প্যাটার্ন অনুসরণ করে ছাড় পাওয়া যায়:

কলমের সংখ্যা	ছাড়ের পরিমাণ	কলমের সংখ্যা	ছাড়ের পরিমাণ
১	০ টাকা	৪	২ টাকা
২	১ টাকা	৫	৩ টাকা
৩	১ টাকা	৬	৫ টাকা

অধ্যায় ১ ও ২ এর সমন্বয়ে

ক. ৮টি কলম কিনলে মোট কত টাকা ছাড় পাওয়া যাবে? ২

খ. প্রতিটি কলমের মূল্য ১৭৮ টাকা হলে, এক ডজন কলমের মোট খুচরা মূল্যের উপর শতকরা কত টাকা ছাড় পাওয়া যাবে? ৪

গ. ১৫টি কলম কিনলে প্রাপ্ত ছাড়ের ১০০ গুণ টাকা ব্যাংকে রেখে ৮% হারে ৩ বছরে প্রাপ্ত চক্রবৃদ্ধি মুনাফা কত হবে? ৪

১৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত ছক হতে প্রাপ্ত সংখ্যা প্যাটার্ন:

০, ১, ১, ২, ৩, ৫, (৫ + ৩) বা ৮, (৮ + ৫) বা ১৩, ...

∴ ৮টি কলম কিনলে মোট ১৩ টাকা ছাড় পাওয়া যায়। **(উত্তর)**

খ প্রদত্ত ছক হতে, প্রাপ্ত ছাড়ের পরিমাণের জন্য প্যাটার্ন,

০, ১, ১, ২, ৩, ৫, ৮, ১৩, (১৩ + ৮) বা ২১, (২১ + ১৩) বা ৩৪, (৩৪ + ২১) বা ৫৫, (৫৫ + ৩৪) বা ৮৯, ...

অর্থাৎ, ১২টি কলম কিনলে মোট খুচরা মূল্যের উপর ৮৯ টাকা ছাড় পাওয়া যাবে।

আবার, ১টি কলমের মূল্য ১৭৮ টাকা

∴ ১ ডজন বা ১২টি কলমের মূল্য (১৭৮ × ১২) টাকা

= ২১৩৬ টাকা

তাহলে, ২১৩৬ টাকায় ছাড় পাওয়া যাবে ৮৯ টাকা

∴ ১ টাকায় ছাড় পাওয়া যাবে $\frac{৮৯}{২১৩৬}$ টাকা

∴ ১০০ টাকায় ছাড় পাওয়া যাবে $\left(\frac{৮৯ \times ১০০}{২১৩৬}\right)$ টাকা

$= \frac{২৫}{৬}$ টাকা $= ৪\frac{১}{৬}$ টাকা

∴ এক ডজন কলমের মোট খুচরা মূল্যের উপর $৪\frac{১}{৬}$% ছাড় পাওয়া যাবে। **(উত্তর)**

গ ১৫টি কলমের খুচরা মূল্যের উপর প্রাপ্ত ছাড়ের জন্য প্রয়োজনীয় সংখ্যা প্যাটার্ন।

০, ১, ১, ২, ৩, ৫, ৮, ১৩, ২১, ৩৪, ৫৫, ৮৯, (৮৯ + ৫৫) বা ১৪৪, (১৪৪ + ৮৯) বা ২৩৩, (২৩৩ + ১৪৪) বা ৩৭৭, ...

∴ ১৫টি কলম কিনলে প্রাপ্ত ছাড়ের পরিমাণ ৩৭৭ টাকা

তাহলে, আসল, P = (৩৭৭ × ১০০) = ৩৭৭০০ টাকা

সময়, n = ৩ বছর

মুনাফার হার, $r = ৮\% = \frac{৮}{১০০}$

∴ চক্রবৃদ্ধি মুনাফা $= P(১ + r)^n - P$

$= ৩৭৭০০\left(১ + \frac{৮}{১০০}\right)^৩ - ৩৭৭০০$

$= ৩৭৭০০ \times (১.০৮)^৩ - ৩৭৭০০$

$= ৩৭৭০০ \times ১.২৫৯৭১২ - ৩৭৭০০$

= (৪৭৪৯১.১৪ − ৩৭৭০০) টাকা

= ৯৭৯১.১৪ টাকা (প্রায়) **(উত্তর)**

প্রশ্নব্যাংক

★★ প্রশ্ন ▸ ১৬ *শিখনফলভিত্তিক অনন্য প্রশ্ন-৩*

এক ব্যক্তি ব্যাংক থেকে বার্ষিক ৫% চক্রবৃদ্ধি মুনাফায় ১০০০০ টাকা ঋণ নিলেন। *◀ শিখনফল ২ ও ৩*

ক. সরল মুনাফা (I) ও চক্রবৃদ্ধি মূলধন (C) নির্ণয়ের সূত্র দুইটি লিখ। ২

খ. তিন বছরান্তে ব্যক্তিটির ঋণের পরিমাণ নির্ণয় করো। ৪

গ. প্রতি বছর শেষে তিনি ৪০০০ টাকা করে পরিশোধ করলে ৩য় বছর শেষে তাকে আর কত টাকা দিতে হবে? ৪

উত্তর: খ. ১১৫৭৬.২৫ টাকা; গ. ২৯৬৬.২৫ টাকা।

★★ প্রশ্ন ▸ ১৭ *শিখনফলভিত্তিক অনন্য প্রশ্ন-৪*

একজন ফল ব্যবসায়ী কুষ্টিয়া থেকে ৪০ টাকায় ৫টি দরে কিছু সংখ্যক কলা এবং যশোর থেকে ৪০ টাকায় ৮টি দরে সমান সংখ্যক কলা খরিদ করলেন। তিনি ৪০ টাকায় ৪টি দরে সবগুলো কলা বিক্রয় করলেন। *◀ শিখনফল ১ ও ২*

ক. ব্যবসায়ী কুষ্টিয়া থেকে প্রতি ডজন কলা কি দরে ক্রয় করেছিল? ২

খ. তিনি সবগুলো কলা বিক্রয় করলে শতকরা কত লাভ হবে? ৪

গ. ব্যবসায়ী ৫০% লাভ করতে চাইলে ৩৯ টাকায় কয়টি করে কলা বিক্রয় করতে হবে? ৪

উত্তর: ক. ৯৬ টাকা; খ. ৫৩.৮৪৬%; গ. ৪টি।

★ প্রশ্ন ▸ ১৮ *শিখনফলভিত্তিক অনন্য প্রশ্ন-৫*

x% মুনাফায় y টাকার এক বছরান্তে চক্রবৃদ্ধি মূলধন ২৬০০০ টাকা ও দুই বছরান্তে চক্রবৃদ্ধি মূলধন ২৭০৪০ টাকা। *◀ শিখনফল ২ ও ৩*

ক. উদ্দীপকের আলোকে দুইটি সমীকরণ গঠন করো। ২

খ. y নির্ণয় করো। ৪

গ. জাফর সাহেব ৩ বছরের জন্য y টাকা এবং ৪ বছরের জন্য $\frac{৩y}{২}$ টাকা ব্যাংক থেকে লোন নিয়ে মোট ৫০৬২.৫০ টাকা মুনাফা দেন। উভয়ক্ষেত্রে সরল মুনাফার হার সমান হলে, মুনাফার হার নির্ণয় করো। ৪

উত্তর: খ. ২৫০০০ টাকা; গ. ২.২৫%।

★ প্রশ্ন ▸ ১৯ *শিখনফলভিত্তিক অনন্য প্রশ্ন-৬*

আনিস সাহেব ১২০০০ টাকা নির্দিষ্ট হার সরল মুনাফায় ব্যাংকে রাখলেন। ৫ বছর পর তিনি ১৫৭৫০ টাকা পেলেন। *◀ শিখনফল ২ ও ৩*

ক. কোনো পণ্য ৯০০ টাকায় বিক্রি করায় ১০% ক্ষতি হল। পণ্যটির ক্রয়মূল্য কত? ২

খ. উদ্দীপকে উল্লিখিত মুনাফার হার নির্ণয় করো। ৪

গ. উদ্দীপকের মুনাফা আসল ব্যাংকে জমা রাখলে ১২% মুনাফায় ৩ বছরের সরল মুনাফা ও চক্রবৃদ্ধি মুনাফার পার্থক্য নির্ণয় করো। ৪

উত্তর: ক. ১০০০ টাকা; খ. $৬\frac{১}{৪}$%; গ. ৭০৭.৬২ টাকা।

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

তৃতীয় অধ্যায় — পরিমাপ

★★ প্রশ্ন ▸ ১ — *জুনিয়র বৃত্তি পরীক্ষা ২০২৫*

একটি কক্ষের মেঝের দৈর্ঘ্য ৫ মিটার, প্রস্থ ৪.৫ মিটার। দেওয়ালের উচ্চতা ৪ মিটার এবং পুরুত্ব ২৫ সে.মি.।

◂ অধ্যায় ১ ও ৩ এর সমন্বয়ে

ক. ৩, ৫, ৮, ১২, ……… তালিকায় পরবর্তী দুইটি পদ নির্ণয় করো। ২

খ. চার দেওয়ালের আয়তন নির্ণয় করো। ৪

গ. প্রতি বর্গফুট ১২৫.৫০ টাকা হিসাবে কক্ষটির সম্পূর্ণ মেঝে টাইলস্ করতে মোট কত টাকা খরচ হবে? ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত তালিকা:

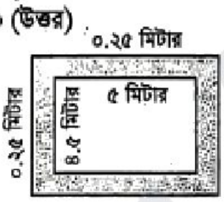
৩, ৫, ৮, ১২, ……

২ ৩ ৪

১ ১

প্রতিবার পদগুলোর পার্থক্যের পার্থক্য ১ করে বাড়ছে।
অতএব, পরবর্তী দুটি পদ হবে,
১২ + (৪ + ১) = ১২ + ৫ = ১৭ (উত্তর)
এবং ১৭ + (৫ + ১) = ১৭ + ৬ = ২৩ (উত্তর)

খ দেওয়া আছে, কক্ষটির দেয়ালের পুরুত্ব
= ২৫ সে.মি. = ০.২৫ মিটার



দেওয়ালসহ কক্ষের মেঝের দৈর্ঘ্য
= (৫ + ২ × ০.২৫) মিটার
= ৫.৫ মিটার
দেওয়ালসহ কক্ষের মেঝের প্রস্থ = (৪.৫ + ২ × ০.২৫) মিটার
= ৫ মিটার
∴ দেওয়ালসহ কক্ষের মেঝের ক্ষেত্রফল = (৫.৫ × ৫) বর্গমিটার
= ২৭.৫ বর্গমিটার
শুধু কক্ষের মেঝের ক্ষেত্রফল = (৫ × ৪.৫) = ২২.৫ বর্গমিটার
∴ দেওয়ালের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল = (২৭.৫ − ২২.৫) বর্গমিটার
= ৫ বর্গমিটার
দেওয়ালের উচ্চতা = ৪ মিটার
∴ দেওয়ালের মোট আয়তন = (৫ × ৪) = ২০ ঘনমিটার (উত্তর)

গ কক্ষের মেঝের ক্ষেত্রফল = ২২.৫ বর্গমিটার ('খ' হতে)
আমরা জানি, ১ বর্গমিটার = ১০.৭৬ বর্গফুট (প্রায়)
∴ ২২.৫ বর্গমিটার = (১০.৭৬ × ২২.৫) বর্গফুট
= ২৪২.১ বর্গফুট (প্রায়)
প্রতি বর্গফুট ১২৫.৫০ টাকা হিসাবে কক্ষটির সম্পূর্ণ মেঝে টাইলস করতে মোট খরচ হবে = (২৪২.১ × ১২৫.৫) টাকা
= ৩০৩৮৩.৫৫ টাকা (উত্তর)

★★ প্রশ্ন ▸ ২ — *JSC ঢা. বো. ২০১৯*

একটি আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য প্রস্থের ৩ গুণ। প্রতি বর্গমিটার ১৩ টাকা হিসেবে ঐ বাগানে ঘাস লাগাতে ১৯১১ টাকা ব্যয় হয়। একটি ঘরের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে ১৮ মিটার, ১২ মিটার এবং ৪ মিটার।

◂ শিখনফল ১ ও ২

ক. ৮ ইঞ্চি সমান কত সে.মি. তা নির্ণয় করো। ২

খ. বাগানটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় করো। ৪

গ. বায়ু পানির তুলনায় ০.০০১২৯ গুণ ভারী হলে, ঘরটিতে কত কিলোগ্রাম বায়ু আছে তা নির্ণয় করো। ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক আমরা জানি, ১ ইঞ্চি = ২.৫৪ সে.মি.
∴ ৮ ইঞ্চি = (৮ × ২.৫৪) সে.মি. = ২০.৩২ সে.মি. প্রায়) (উত্তর)

খ ঘাস লাগাতে, ১৩ টাকা খরচ হয় ১ বর্গমিটারে
∴ ১৯১১ টাকা খরচ হয় $\frac{১৯১১}{১৩}$ বর্গমিটারে = ১৪৭ বর্গমিটারে
∴ বাগানটির ক্ষেত্রফল = ১৪৭ বর্গমিটার
ধরি, বাগানটির প্রস্থ = ক মি.
∴ বাগানটির দৈর্ঘ্য = ৩ক মি.
শর্তমতে, ৩ক × ক = ১৪৭
বা, $ক^২ = \frac{১৪৭}{৩}$ বা, $ক^২ = ৪৯$ বা, $ক = \sqrt{৪৯}$ [বর্গমূল করে]
বা, ক = ৭
∴ বাগানটির প্রস্থ = ৭ মি. (উত্তর)
এবং বাগানটির দৈর্ঘ্য = ৩ক = ৩ × ৭ = ২১ মিটার। (উত্তর)

গ দেওয়া আছে, ঘরটির দৈর্ঘ্য = ১৮ মি.; প্রস্থ = ১২ মি.
এবং উচ্চতা = ৪ মি.
∴ ঘরটির আয়তন = (১৮ × ১২ × ৪) ঘন মি. = ৮৬৪ ঘন মি.
= (৮৬৪ × ১০০০০০০) ঘন সে.মি.
[∵ ১০০০০০০ ঘন সে.মি. = ১ ঘন মি.]
= ৮৬৪০০০০০০ ঘন সে.মি.
বায়ু পানির তুলনায় ০.০০১২৯ গুণ ভারী এবং ১ ঘন সে.মি. পানির ওজন ১ গ্রাম।
∴ ১ ঘন সে.মি. বায়ুর ওজন ০.০০১২৯ গ্রাম।
∴ ঘরটিতে বায়ুর ওজন = (৮৬৪০০০০০০ × ০.০০১২৯) গ্রাম
= ১১১৪৫৬০ গ্রাম
= $\frac{১১১৪৫৬০}{১০০০}$ কেজি
= ১১১৪.৫৬ কেজি (উত্তর)

★★ প্রশ্ন ▸ ৩ — *JSC দি. বো. ২০১৮*

একটি আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য, প্রস্থের তিনগুণ এবং পরিসীমা ১২৮ মিটার। আয়তাকার ক্ষেত্রের পরিসীমার সমান পরিসীমাবিশিষ্ট একটি বর্গাকার ক্ষেত্রের বাইরের চারদিকে ৩ মিটার চওড়া একটি রাস্তা আছে।

◂ শিখনফল ১ ও ২

ক. একটি চৌবাচ্চার আয়তন ৩৪ ঘনমিটার। এর দৈর্ঘ্য ৪.০ মিটার এবং প্রস্থ ৩.৪ মিটার হলে, গভীরতা কত? ২

খ. আয়তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো। ৪

গ. রাস্তার ক্ষেত্রফল কত বর্গসেন্টিমিটার? ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, চৌবাচ্চার আয়তন ৩৪ ঘনমিটার
চৌবাচ্চার দৈর্ঘ্য ৪.০ মিটার
এবং চৌবাচ্চার প্রস্থ ৩.৪ মিটার
আমরা জানি, দৈর্ঘ্য × প্রস্থ × উচ্চতা = আয়তন
বা, ৪.০ × ৩.৪ × উচ্চতা = ৩৪ বা, উচ্চতা = $\frac{৩৪}{৪.০ × ৩.৪}$
∴ উচ্চতা বা গভীরতা = ২.৫ মিটার (উত্তর)

Talukdar Academy

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

খ মনে করি, আয়তাকার ক্ষেত্রের প্রস্থ = ক মিটার

∴ আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = ৩ × ক মিটার = ৩ক মিটার

∴ আয়তাকার ক্ষেত্রের পরিসীমা = ২ (৩ক + ক) মিটার

প্রশ্নমতে, ২(৩ক + ক) = ১২৮

বা, ২ × ৪ক = ১২৮ বা, ৮ক = ১২৮ ∴ ক = ১৬

∴ আয়তাকার ক্ষেত্রের প্রস্থ = ১৬ মিটার

এবং আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = ৩ × ১৬ মিটার = ৪৮ মিটার

∴ আয়তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = (দৈর্ঘ্য × প্রস্থ) বর্গএকক

= (৪৮ × ১৬) বর্গমিটার

= ৭৬৮ বর্গমিটার (উত্তর)

গ দেওয়া আছে, বর্গাকার ক্ষেত্রের পরিসীমা = আয়তাকার ক্ষেত্রের পরিসীমা

∴ বর্গাকার ক্ষেত্রের পরিসীমা = ১২৮ মিটার

∴ বর্গাকার ক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য = $\frac{১২৮}{৪}$ মিটার = ৩২ মিটার

∴ বর্গাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $(৩২)^২$ বর্গমিটার

= ১০২৪ বর্গমিটার

বর্গাকার ক্ষেত্রের বাইরে চারদিকে ৩ মিটার চওড়া একটি রাস্তা আছে।

∴ রাস্তাসহ বর্গাকার ক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য

= ৩২ মি. + (৩ + ৩) মি. = ৩২ মি. + ৬ মি. = ৩৮ মি.

∴ রাস্তাসহ বর্গাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $(৩৮)^২$ = ১৪৪৪ বর্গমিটার

∴ রাস্তার ক্ষেত্রফল = (১৪৪৪ − ১০২৪) বর্গমিটার

= ৪২০ বর্গমিটার = (৪২০ × ১০০ × ১০০) বর্গ সেন্টিমিটার

[∵ ১ বর্গ মি. = ১ মি. × ১ মি. = ১০০ সে.মি. × ১০০ সে.মি.]

= ৪২০০০০০ বর্গ সেন্টিমিটার (উত্তর)

★★ প্রশ্ন▶৪ JSC ঢা. বো. ২০১৯

আদিয়ানের বাসার ছাদে একটি আয়তাকার চৌবাচ্চায় ১৯,২৪০ লিটার পানি ধরে। চৌবাচ্চাটির দৈর্ঘ্য ৩.৭ মিটার এবং প্রস্থ ২.৬ মিটার। তার বাড়ির সামনের আয়তাকার বাগানের ক্ষেত্রফল ৮ একর এবং দৈর্ঘ্য, প্রস্থের $২\frac{১}{২}$ গুণ। ◀ শিখনফল ১ ও ২

ক. ৫৭৫০ বর্গগজকে একরে প্রকাশ করো। ২

খ. চৌবাচ্চাটির গভীরতা নির্ণয় করো। ৪

গ. বাগানের পরিসীমা নির্ণয় করো। ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক আমরা জানি, ৪৮৪০ বর্গগজ = ১ একর

∴ ১ বর্গগজ = $\frac{১}{৪৮৪০}$ একর

∴ ৫৭৫০ বর্গগজ = $\frac{৫৭৫০}{৪৮৪০}$ একর = ১.১৮৮ একর (প্রায়) (উত্তর)

খ ধরি, চৌবাচ্চাটির গভীরতা বা উচ্চতা = 'ক' মিটার

আবার, চৌবাচ্চাটিতে ১৯২৪০ লিটার পানি ধরে

∴ চৌবাচ্চাটির আয়তন = ১৯২৪০ লিটার = $\frac{১৯২৪০}{১০০০}$ ঘন মি.

[∵ ১০০০ লিটার = ১ ঘন মি.]

= ১৯.২৪ ঘন মি.

দেওয়া আছে, চৌবাচ্চাটির দৈর্ঘ্য = ৩.৭ মি.

এবং চৌবাচ্চাটির প্রস্থ = ২.৬ মি.

আমরা জানি, কোনো আয়তাকার ঘনবস্তুর আয়তন

= দৈর্ঘ্য × প্রস্থ × উচ্চতা

বা, ১৯.২৪ = ৩.৭ × ২.৬ × ক বা, ক = $\frac{১৯.২৪}{৩.৭ \times ২.৬}$ ∴ ক = ২

∴ চৌবাচ্চাটির গভীরতা = ২ মিটার (উত্তর)

গ মনে করি, বাগানটির প্রস্থ = ক মিটার

∴ দৈর্ঘ্য = ক × $২\frac{১}{২}$ মিটার = $\frac{৫ক}{২}$ মিটার

দেওয়া আছে, বাগানটির ক্ষেত্রফল = ৮ একর

= (৮ × ৪০৪৬.৮৬) বর্গ মি. [∵ ১ একর = ৪০৪৬.৮৬ ব.মি.]

= ৩২৩৭৪.৮৮ বর্গ মি.

আমরা জানি, আয়তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ

∴ ৩২৩৭৪.৮৮ = $\frac{৫ক}{২}$ × ক বা, $\frac{৫ক^২}{২}$ = ৩২৩৭৪.৮৮

বা, $ক^২ = \frac{৩২৩৭৪.৮৮ \times ২}{৫}$ বা, $ক^২$ = ১২৯৪৯.৯৫২

বা, ক = $\sqrt{১২৯৪৯.৯৫২}$ ∴ ক = ১১৩.৮

∴ বাগানটির পরিসীমা = $২\left(\frac{৫ক}{২} + ক\right)$ মি. = (৫ক + ২ক) মি.

= ৭ক মি. = ৭ × ১১৩.৮ মি. = ৭৯৬.৬ মিটার (উত্তর)

★ প্রশ্ন▶৫ বীরশ্রেষ্ঠ মুন্সী আব্দুর রউফ পাবলিক কলেজ, ঢাকা

একটি পুকুরের দৈর্ঘ্য ৫০ মিটার এবং প্রস্থ ৩০ মিটার। পুকুর পাড়ের বিস্তার ২ মিটার এবং পানির গভীরতা ৫ মিটার। ◀ শিখনফল ১ ও ২

ক. পুকুরের পরিসীমা নির্ণয় করো। ২

খ. পুকুর পাড়ে ৪০ সে.মি. বর্গাকার পাথর বসালে কতটি পাথর লাগবে? ৪

গ. একটি মেশিন প্রতি সেকেন্ডে ০.৩ ঘনমিটার পানি সেচতে পারে। পুকুরটি পানিশূন্য করতে কত সময় লাগবে? ৪

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, পুকুরের দৈর্ঘ্য = ৫০ মিটার

ও প্রস্থ = ৩০ মিটার

∴ পুকুরের পরিসীমা = ২(দৈর্ঘ্য + প্রস্থ) একক

= ২(৫০ + ৩০) মিটার

= (২ × ৮০) মিটার

= ১৬০ মিটার (উত্তর)

খ দেওয়া আছে, পুকুরের দৈর্ঘ্য = ৫০ মিটার

ও প্রস্থ = ৩০ মিটার

∴ পুকুরের ক্ষেত্রফল = (৫০ × ৩০) বর্গমিটার

= ১৫০০ বর্গমিটার

পুকুরের পাড়ের বিস্তার ২ মিটার হলে,

পাড়সহ পুকুরের দৈর্ঘ্য = (৫০ + ২ × ২) মিটার = ৫৪ মিটার

এবং পাড়সহ পুকুরের প্রস্থ = (৩০ + ২ × ২) মিটার = ৩৪ মিটার

∴ পাড়সহ পুকুরের ক্ষেত্রফল = (৫৪ × ৩৪) বর্গমিটার

= ১৮৩৬ বর্গমিটার

∴ পাড়ের ক্ষেত্রফল = (১৮৩৬ − ১৫০০) বর্গমিটার

= ৩৩৬ বর্গমিটার

এখন, বর্গাকার পাথরের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য = ৪০ সে.মি.

= $\frac{৪}{১০০}$ মিটার = ০.৪ মিটার

∴ বর্গাকার পাথরের ক্ষেত্রফল = (০.৪ × ০.৪) বর্গমিটার

= ০.১৬ বর্গমিটার

∴ পুকুর পাড়ে পাথর বসালে পাথর লাগবে = $\frac{৩৩৬}{০.১৬}$ টি

= ২১০০ টি (উত্তর)

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

গ দেওয়া আছে, পুকুরের দৈর্ঘ্য = ৫০ মিটার, প্রস্থ = ৩০ মিটার ও পানির গভীরতা = ৫ মিটার

∴ পুকুরের পানির আয়তন = (৫০ × ৩০ × ৫) ঘনমিটার
= ৭৫০০ ঘনমিটার

একটি মেশিন,
০.৩ ঘনমিটার পানি সেচতে পারে ১ সেকেন্ডে

∴ ১ ঘনমিটার পানি সেচতে পারে $\frac{১}{০.৩}$ সেকেন্ডে

∴ ৭৫০০ ঘনমিটার পানি সেচতে পারে = $\frac{৭৫০০}{০.৩}$ সেকেন্ডে
= ২৫০০০ সেকেন্ডে
= $\frac{২৫০০০}{৩৬০০}$ ঘণ্টা
= $\frac{১২৫}{১৮}$ ঘণ্টা
= $৬\frac{১৭}{১৮}$ ঘণ্টা

∴ পুকুরটি পানিশূন্য করতে $৬\frac{১৭}{১৮}$ ঘন্টা সময় লাগবে। **(উত্তর)**

★ প্রশ্ন ▸ ৬ *গভর্নমেন্ট ল্যাবরেটরি হাই স্কুল, ঢাকা*

এক ব্যক্তির ২.৫ মিটার গভীর একটি বর্গাকৃতি খোলা চৌবাচ্চায় ২৮৯০০ লিটার পানি ধরে। ৬০ মিটার দৈর্ঘ্য ও ৫০ মিটার প্রস্থ বিশিষ্ট একটি বাগানের ঠিক মাঝে আড়াআড়িভাবে ১.৫ মিটার প্রশস্থ দুইটি রাস্তা আছে। *◂ শিখনফল ১ ◂ ২*

ক. বাগানের পরিসীমা কত মিটার? ২

খ. প্রতি বর্গমিটার রাস্তা বাঁধাই করতে ১০০ টাকা করে খরচ হয়। রাস্তা দুইটি বাঁধাই করতে মোট কত খরচ হবে? ৪

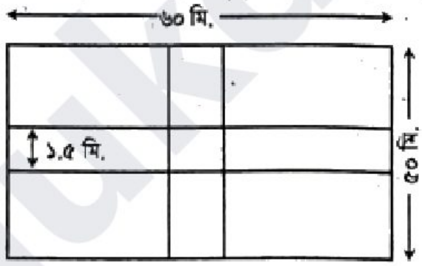
গ. চৌবাচ্চাটির ভিতরের দিকে সীসার পাত লাগাতে প্রতি বর্গমিটার ৩.৫০ টাকা দরে ঐ ব্যক্তির কত টাকা খরচ হবে? ৪

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, বাগানের দৈর্ঘ্য = ৬০ মিটার এবং প্রস্থ = ৫০ মিটার

∴ বাগানের পরিসীমা = ২ (দৈর্ঘ্য + প্রস্থ)
= ২ × (৬০ + ৫০) = ২ × ১১০ = ২২০ মিটার **(উত্তর)**

খ



মাঠের দৈর্ঘ্য বরাবর রাস্তার ক্ষেত্রফল = (৬০ × ১.৫) = ৯০ বর্গমিটার

মাঠের প্রস্থ বরাবর রাস্তার ক্ষেত্রফল = (৫০ × ১.৫) বর্গমিটার
= ৭৫ বর্গমিটার

রাস্তা দুইটির মোট ক্ষেত্রফল = (৯০ + ৭৫) = ১৬৫ বর্গমিটার

কিন্তু রাস্তা দুইটি যেখানে পরস্পর ছেদ করে সেই সাধারণ অংশের ক্ষেত্রফল = (১.৫ × ১.৫) বর্গমিটার = ২.২৫ বর্গমিটার

রাস্তার মোট ক্ষেত্রফলের সাথে এই সাধারণ অংশের ক্ষেত্রফল দুইবার হিসাব করা হয়েছে।

∴ রাস্তার ক্ষেত্রফল = (১৬৫ − ২.২৫) = ১৬২.৭৫ বর্গ মিটার

প্রতি বর্গমিটার রাস্তা বাঁধাই করতে খরচ হয় ১০০ টাকা

∴ রাস্তা দুইটি বাঁধাই করতে খরচ হবে = (১৬২.৭৫ × ১০০) টাকা
= ১৬২৭৫ টাকা **(উত্তর)**

গ চৌবাচ্চাটিতে পানি ধরে ২৮,৯০০ লিটার

∴ চৌবাচ্চার আয়তন = ২৮,৯০০ লিটার = $\frac{২৮,৯০০}{১০০০}$ ঘন মি.
[∵ ১০০০ লি. = ১ ঘন মি.]
= ২৮.৯ ঘন মি.

চৌবাচ্চার গভীরতা = ২.৫ মিটার

∴ চৌবাচ্চার তলার ক্ষেত্রফল = $\frac{২৮.৯}{২.৫}$ বর্গমিটার = ১১.৫৬ বর্গমিটার

ধরি, চৌবাচ্চাটির তলার এক বাহুর দৈর্ঘ্য = ক মিটার

∴ চৌবাচ্চাটির তলার ক্ষেত্রফল = $ক^২$ বর্গমিটার

তাহলে, $ক^২$ = ১১.৫৬ বা, ক = $\sqrt{১১.৫৬}$ [বর্গমূল করে]

∴ ক = ৩.৪

∴ চৌবাচ্চার তলার একবাহুর দৈর্ঘ্য ৩.৪ মি.

∴ চৌবাচ্চাটির চার দেয়ালের ক্ষেত্রফল = ৪ × তলার এক বাহুর দৈর্ঘ্য × গভীরতা = ৪× (৩.৪×২.৫) বর্গমিটার
= ৪×৮.৫ বর্গমিটার = ৩৪ বর্গমিটার

∴ চৌবাচ্চাটির তলা এবং চার দেয়ালের ক্ষেত্রফল
= (১১.৫৬ + ৩৪) বর্গমিটার = ৪৫.৫৬ বর্গমিটার

সীসার পাত লাগাতে,
১ বর্গমিটারে খরচ হয় ৩.৫০ টাকা

∴ ৪৫.৫৬ বর্গমিটারে খরচ হয় (৩.৫০ × ৪৫.৫৬) টাকা
= ১৫৯.৪৬ টাকা

অতএব, সীসার পাত লাগাতে মোট খরচ হবে ১৫৯.৪৬ টাকা। **(উত্তর)**

★★ প্রশ্ন ▸ ৭ *ঢাকা রেসিডেনসিয়াল মডেল কলেজ*

ঢাকা রেসিডেনসিয়াল মডেল কলেজ ক্যাম্পাসের ক্ষেত্রফল ৫২ একর এবং এর দৈর্ঘ্য প্রস্থের দেড় গুণ। ক্যাম্পাসে অবস্থিত অডিটোরিয়ামের ভিতরের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে ৪০ মিটার, ৩৫ মিটার ও ১০ মিটার এবং দেওয়ালের পুরুত্ব ১৫ সেমি। *◂ শিখনফল ১ ◂ ২*

ক. ক্যাম্পাস এলাকা কত হেক্টর? ২

খ. কলেজ ক্যাম্পাসের সীমানা প্রাচীরের দৈর্ঘ্য মিটারে নির্ণয় করো। ৪

গ. অডিটোরিয়ামের চার দেওয়ালের আয়তন নির্ণয় করো। ৪

৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক আমরা জানি, ২.৪৭ একর = ১ হেক্টর

বা, ১ একর = $\frac{১}{২.৪৭}$ হেক্টর

∴ ৫২ একর = $\frac{৫২}{২.৪৭}$ হেক্টর = ২১.০৫ হেক্টর (প্রায়)

∴ ক্যাম্পাস এলাকা ২১.০৫ হেক্টর (প্রায়) **(উত্তর)**

খ আমরা জানি, ১ একর = ৪০৪৬.৮৬ বর্গমিটার (প্রায়)

∴ ৫২ একর = (৪০৪৬.৮৬ × ৫২) বর্গমিটার
= ২১০৪৩৬.৭২ বর্গমিটার (প্রায়)

দেওয়া আছে, ক্যাম্পাসের ক্ষেত্রফল ৫২ একর বা ২১০৪৩৬.৭২ বর্গমিটার (প্রায়) এবং দৈর্ঘ্য প্রস্থের দেড়গুণ।

ধরি, প্রস্থ = ক মিটার ∴ দৈর্ঘ্য = ১.৫ক মিটার

ক্যাম্পাসের ক্ষেত্রফল = ১.৫ক × ক = $১.৫ক^২$ বর্গমিটার

শর্তমতে, $১.৫ক^২$ = ২১০৪৩৬.৭২

বা, $ক^২ = \frac{২১০৪৩৬.৭২}{১.৫}$ = ১৪০২৯১.১৫

বা, ক = $\sqrt{১৪০২৯১.১৫}$

∴ ক = ৩৭৪.৫৫ (প্রায়)

গণিত

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

∴ ক্যাম্পাসের প্রস্থ = ৩৭৪.৫৫ মিটার

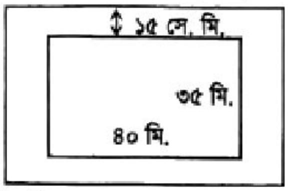
∴ দৈর্ঘ্য = (১.৫ × ৩৭৪.৫৫) মিটার = ৫৬১.৮৩ মিটার

∴ ক্যাম্পাসের সীমানা প্রাচীরের দৈর্ঘ্য = ২ × (দৈর্ঘ্য + প্রস্থ) একক

= ২ × (৫৬১.৮৩ + ৩৭৪.৫৫) মিটার

= ১৮৭২.৭৬ মিটার (প্রায়) (উত্তর)

গ দেওয়া আছে, অডিটোরিয়ামের ভিতরের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে ৪০ মি., ৩৫ মি. ও ১০ মিটার এবং দেয়ালের পুরুত্ব ১৫ সে.মি. বা, ০.১৫ মি.



∴ অডিটোরিয়ামের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ

= (৪০ × ৩৫) বর্গমি.

= ১৪০০ বর্গমি.

এবং দেয়ালসহ অডিটোরিয়ামের ক্ষেত্রফল

= দৈর্ঘ্য × প্রস্থ

= {(৪০ + ২ × ০.১৫) (৩৫ + ২ × ০.১৫)} বর্গমি.

= {(৪০ + ০.৩) (৩৫ + ০.৩)} বর্গমি.

= (৪০.৩ × ৩৫.৩) বর্গমিটার

= ১৪২২.৫৯ বর্গমিটার

∴ দেয়ালের ক্ষেত্রফল = (১৪২২.৫৯ − ১৪০০) বর্গমি. = ২২.৫৯ বর্গমি.

∴ অডিটোরিয়ামের চার দেয়ালের আয়তন = ক্ষেত্রফল × উচ্চতা

= (২২.৫৯ × ১০) ঘনমি.

= ২২৫.৯ ঘনমিটার (উত্তর)

★ প্রশ্ন ▸ ৮ | *নোয়াখালী জিলা স্কুল*

একটি আয়তাকার সোনার টুকরার দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে ১০.৫ সে.মি., ৬.২৫ সে.মি. ও ৪ সে.মি.। সোনার টুকরাটিকে ২৫ সে.মি. দৈর্ঘ্য, ২০ সে.মি. প্রস্থ ও ১০ সে.মি. উচ্চতার আয়তাকার পাত্রে রেখে পানি দ্বারা পূর্ণ করা হল। সোনা পানির তুলনায় ১৯.৩ গুণ ভারী।

◄ *শিখনফল ১ ও ২*

ক. ৫ ঘন সে.মি. সোনার ওজন কত গ্রাম? ২

খ. সোনার টুকরার ওজন নির্ণয় করো। ৪

গ. পাত্রটি পানি পূর্ণ অবস্থায় সোনার টুকরাটি তুলে আনা হলে, পাত্রের পানির উচ্চতা কত হবে? ৪

৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, সোনা পানির তুলনায় ১৯.৩ গুণ ভারী

আমরা জানি,

১ ঘন সে.মি. পানির ওজন = ১ গ্রাম

∴ ১ ঘন সে.মি. সোনার ওজন = (১ × ১৯.৩) গ্রাম

∴ ৫ ঘন সে.মি. সোনার ওজন = (১৯.৩ × ৫) গ্রাম

= ৯৬.৫ গ্রাম (উত্তর)

খ দেওয়া আছে,

সোনার টুকরার দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে ১০.৫ সে.মি., ৬.২৫ সে.মি. ও ৪ সে.মি.

∴ সোনার টুকরার আয়তন = (১০.৫ × ৬.২৫ × ৪) ঘন সে.মি.

= ২৬২.৫ ঘন সে.মি.

আমরা জানি,

১ ঘন সে.মি. পানির ওজন = ১ গ্রাম

দেওয়া আছে, সোনা পানির তুলনায় ১৯.৩ গুণ ভারী

∴ ১ ঘন সে.মি. সোনার ওজন = ১৯.৩ গ্রাম

∴ ২৬২.৫ ঘন সে.মি. সোনার ওজন = ১৯.৩ × ২৬২.৫ গ্রাম

= ৫০৬৬.২৫ গ্রাম (উত্তর)

গ দেওয়া আছে,

পানির পাত্রটির দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে ২৫ সে.মি., ২০ সে.মি. ও ১০ সে.মি.

∴ পানির পাত্রের আয়তন = (২৫ × ২০ × ১০) ঘন সে.মি.

= ৫০০০ ঘন সে.মি.

'খ' থেকে পাই, সোনার টুকরার আয়তন = ২৬২.৫ ঘন সে.মি.

পাত্রটি পানিপূর্ণ অবস্থায় সোনার টুকরাটি তুলে আনা হলে পাত্রের অবশিষ্ট পানির আয়তন = (৫০০০ − ২৬২.৫) ঘন সে.মি.

= ৪৭৩৭.৫ ঘন সে.মি.

পাত্রের অবশিষ্ট পানির উচ্চতা ক সে.মি. হলে,

ক × ২৫ × ২০ = ৪৭৩৭.৫ বা, ক = $\frac{৪৭৩৭.৫}{২০ \times ২৫}$

= ৯.৪৭৫

∴ পাত্রের অবশিষ্ট পানির উচ্চতা = ৯.৪৭৫ সে.মি. (উত্তর)

★★ প্রশ্ন ▸ ৯ | *ভিকারুননিসা নূন স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা*

আয়তাকার একটি বাগানের দৈর্ঘ্য ৬০ মিটার এবং প্রস্থ ৪০ মিটার। আয়তাকার বাগানটির পরিসীমা একটি বর্গাকার মাঠের পরিসীমার সমান।

◄ *শিখনফল ১ ও ২*

ক. আয়তাকার বাগানটির পরিসীমা কত গজ নির্ণয় করো। ২

খ. বাগানটির ভিতরে চারদিকে ৩ মিটার চওড়া পাড়বিশিষ্ট একটি পুকুর আছে। পুকুর পাড়ের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো। ৪

গ. বর্গাকার মাঠটির বাইরে চারদিকে ২ মিটার চওড়া একটি রাস্তা পাকা করতে প্রতি বর্গমিটার ৫০ টাকা হিসাবে মোট কত খরচ হবে নির্ণয় করো। ৪

৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, বাগানটির দৈর্ঘ্য ৬০ মিটার এবং প্রস্থ ৪০ মিটার

∴ বাগানটির পরিসীমা = ২(৬০ + ৪০) মিটার = ২০০ মিটার

= (২০০ ÷ ০.৯১৪৪) গজ

[∵ ১ গজ = ০.৯১৪৪ মিটার]

= ২১৮.৭২ গজ (প্রায়) (উত্তর)

খ দেওয়া আছে, বাগানের দৈর্ঘ্য ৬০ মিটার এবং প্রস্থ ৪০ মিটার

∴ বাগানের ক্ষেত্রফল = (৬০ × ৪০) বর্গমিটার

= ২৪০০ বর্গমিটার

পাড় ৩ মিটার চওড়া হলে,

পাড়বাদে পুকুরের দৈর্ঘ্য = (৬০ − ৩ × ২) মিটার = ৫৪ মিটার

পাড়বাদে পুকুরের প্রস্থ = (৪০ − ৩ × ২) মিটার = ৩৪ মিটার

∴ পুকুরের ক্ষেত্রফল = (৫৪ × ৩৪) বর্গমিটার

= ১৮৩৬ বর্গমিটার

∴ পুকুর পাড়ের ক্ষেত্রফল = (২৪০০ − ১৮৩৬) বর্গমিটার

= ৫৬৪ বর্গমিটার। (উত্তর)

গ আয়তাকার বাগানের পরিসীমা = ২ × (৬০ + ৪০) মিটার

= ২০০ মিটার

∴ বর্গাকার মাঠের পরিসীমা = ২০০ মিটার

এখন, বর্গাকার মাঠের প্রত্যেক ধারের দৈর্ঘ্য = $\frac{২০০}{৪}$ মিটার

= ৫০ মিটার

∴ বর্গাকার মাঠের ক্ষেত্রফল = $(৫০)^২$ বর্গমিটার

= ২৫০০ বর্গমিটার

এখন, রাস্তাসহ বর্গাকার মাঠের দৈর্ঘ্য = (৫০ + ২ × ২) মিটার

= ৫৪ মিটার

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

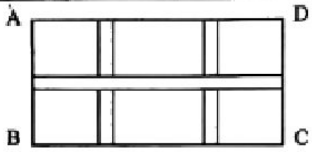
Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

∴ রাস্তাসহ বর্গাকার মাঠের ক্ষেত্রফল = $(৫৪)^২$ বর্গমিটার
= ২৯১৬ বর্গমিটার

∴ রাস্তার ক্ষেত্রফল = (২৯১৬ − ২৫০০) বর্গমিটার
= ৪১৬ বর্গমিটার

১ বর্গমিটার রাস্তা পাকা করতে খরচ হয় ৫০ টাকা
∴ ৪১৬ বর্গমিটার রাস্তা পাকা করতে খরচ হয় (৫০ × ৪১৬) টাকা
= ২০৮০০ টাকা (উত্তর)

★ প্রশ্ন ▸ ১০ রাজউক উত্তরা মডেল কলেজ, ঢাকা



চিত্রে একটি আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য ৬০ মিটার এবং প্রস্থ ৪০ মিটার। এর দৈর্ঘ্য বরাবর ১.৫ মিটার চওড়া এবং প্রস্থ বরাবর ১ মিটার চওড়া দুটি রাস্তা রয়েছে। ◄শিখনফল ১ ও ২

ক. বাগানটির ক্ষেত্রফল কত হেক্টর? ২
খ. বাগানের ভিতর রাস্তাগুলোতে ইট বসাতে প্রতি বর্গমিটারে ২০০ টাকা খরচ হলে মোট কত খরচ হবে? ৪
গ. বাগানের বাইরে চারদিকে ২৫ সে.মি. পুরু এবং ৩ মিটার উঁচু দেওয়াল দিলে দেওয়ালের মোট আয়তন কত হবে? ৪

১০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, বাগানটির দৈর্ঘ্য ৬০ মিটার ও প্রস্থ ৪০ মিটার
∴ বাগানটির ক্ষেত্রফল = (৬০ × ৪০) বর্গমিটার
= ২৪০০ বর্গমিটার
$= \frac{২৪০০}{১০০০০}$ হেক্টর;
[∵ ১ হেক্টর = ১০০০০ বর্গমিটার]
= ০.২৪ হেক্টর (উত্তর)

খ দৈর্ঘ্য বরাবর অবস্থিত রাস্তার ক্ষেত্রফল = (৬০ × ১.৫) বর্গ মি.
= ৯০ বর্গ মি.
প্রস্থ বরাবর অবস্থিত রাস্তা দুটির ক্ষেত্রফল = ২ × (১ × ৪০) বর্গ মি.
= ৮০ বর্গ মি.
∴ বাগানের ভিতর মোট রাস্তার ক্ষেত্রফল
= {(৯০ + ৮০) − ২(১.৫ × ১)} বর্গ মি. = ১৬৭ বর্গ মি.
প্রতি বর্গমিটারে ইট বসাতে খরচ হয় ২০০ টাকা
∴ ১৬৭ বর্গমিটারে ইট বসাতে খরচ হয় = (২০০ × ১৬৭) টাকা
= ৩৩৪০০ টাকা
∴ বাগানের ভিতর রাস্তাগুলোতে ইট বসাতে মোট খরচ হবে ৩৩৪০০ টাকা (উত্তর)

গ বাগানের বাইরে চারদিকে ২৫ সে. মি. বা ০.২৫ মি. পুরু দেওয়াল দিলে দেওয়ালসহ বাগানের দৈর্ঘ্য = (৬০ + ২ × ০.২৫) মি.
= ৬০.৫ মিটার
এবং প্রস্থ = (৪০ + ২ × ০.২৫) মি. = ৪০.৫ মিটার
∴ দেওয়ালসহ বাগানের ক্ষেত্রফল = (৬০.৫ × ৪০.৫) বর্গমিটার
= ২৪৫০.২৫ বর্গমিটার
∴ দেওয়ালবাদে বাগানের ক্ষেত্রফল = (৬০ × ৪০) বর্গমিটার
= ২৪০০ বর্গমিটার
∴ দেওয়ালের ক্ষেত্রফল = (২৪৫০.২৫ − ২৪০০) বর্গমিটার
= ৫০.২৫ বর্গমিটার
∴ দেওয়ালের আয়তন = (৫০.২৫ × ৩) ঘন মিটার
= ১৫০.৭৫ ঘন মিটার (উত্তর)

★ প্রশ্ন ▸ ১১ ফৌজদারহাট ক্যাডেট কলেজ, চট্টগ্রাম

দৃশ্যকল্প-১: একটি ত্রিভুজাকৃতি ক্ষেত্রের উচ্চতা, এর ক্ষেত্রফলের সাংখ্যিক মানের দ্বিগুণ। ত্রিভুজটির ভূমির সমান দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট একটি ঘনকাকার খোলা চৌবাচ্চার ভিতরের দেওয়াল ২৫ সে.মি. × ২০ সে.মি. আকৃতির কতগুলো পাথর দ্বারা বাঁধাই করা হলো।

দৃশ্যকল্প-২: একটি আয়তাকার জমি পাথর দিয়ে বাঁধাই করতে ৬০০০০ টাকা খরচ হয়। জমিটির দৈর্ঘ্য ৫ মিটার কম হলে, ১২০০০ টাকা কম খরচ হত। ◄শিখনফল ১ ও ২

ক. একটি বইয়ের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও আয়তন যথাক্রমে ২২ সে.মি., ১৫ সে.মি. ও ৪৯৫ ঘনসে.মি.। প্রতি পাতা কাগজের পুরুত্ব ০.১ মি.মি. হলে এর পৃষ্ঠা সংখ্যা কত? ২
খ. দৃশ্যকল্প-১ এর আলোকে প্রয়োজনীয় পাথরের সংখ্যা নির্ণয় করো। ৪
গ. দৃশ্যকল্প-২ এর আলোকে জমিটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো। ৪

১১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ধরি, বইটিতে পৃষ্ঠা সংখ্যা ২ক, অতএব পাতার সংখ্যা ক
কাগজের পুরুত্ব ০.১ মি.মি. হলে ক সংখ্যক পাতার উচ্চতা
= ক × ০.১ মি.মি. = ক × ০.১ ÷ ১০ = ক × ০.০১ সে.মি.
শর্তমতে, ক × ০.০১ × ২২ × ১৫ = ৪৯৫
বা, ক × ৩.৩ = ৪৯৫ বা, $ক = \frac{৪৯৫}{৩.৩} = ১৫০$
∴ ২ক = ১৫০ × ২ = ৩০০
∴ পৃষ্ঠা সংখ্যা ৩০০ (উত্তর)

খ ধরি, ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল ক বর্গমিটার
∴ উচ্চতা = ২ক মিটার
ভূমি খ মিটার হলে প্রশ্নানুসারে,
$\frac{১}{২} × ২ক × খ = ক$ বা, ক × খ = ক বা, $খ = \frac{ক}{ক} = ১$
∴ ভূমির দৈর্ঘ্য ১ মিটার।
১ মিটার ধার বিশিষ্ট ঘনকাকার খোলা চৌবাচ্চার সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল
$= ৫ × ১^২ = ৫$ বর্গমিটার
বাঁধাইকৃত প্রতিটি পাথরের ক্ষেত্রফল = ২৫ সে.মি. × ২০ সে.মি.
= (০.২৫ × ০.২০) ব.মি.
= ০.০৫ ব.মি.
∴ প্রয়োজনীয় পাথরের সংখ্যা $= \frac{৫}{০.০৫} = ১০০$ টি (উত্তর)

গ ধরি, আয়তাকার জমির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে গ ও ঘ মিটার
∴ ক্ষেত্রফল গঘ বর্গমিটার এবং খরচ ৬০০০০ টাকা
আবার দৈর্ঘ্য ৫ মিটার কম হলে ক্ষেত্রফল = (গ − ৫)ঘ বর্গ মি.
এবং খরচ = ৬০০০০ − ১২০০০ = ৪৮০০০ টাকা
এখন, গঘ বর্গমিটারে খরচ ৬০০০০ টাকা
∴ ১ বর্গমিটারে খরচ $= \frac{৬০০০০}{গঘ}$ টাকা
(গ − ৫)ঘ বর্গমিটারে খরচ = ৪৮০০০ টাকা
∴ ১ বর্গমিটারে খরচ $= \frac{৪৮০০০}{(গ − ৫)ঘ}$ টাকা
শর্তমতে, $\frac{৬০০০০}{গঘ} = \frac{৪৮০০০}{(গ − ৫)ঘ}$
বা, $\frac{৫}{গ} = \frac{৪}{গ − ৫}$ $\left[\frac{১২০০০}{ঘ}\right.$ দ্বারা উভয় পক্ষে ভাগ করে$\left.\right]$
বা, ৫গ − ২৫ = ৪গ বা, ৫গ − ৪গ = ২৫ ∴ গ = ২৫
∴ দৈর্ঘ্য ২৫ মিটার (উত্তর)

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

★ প্রশ্ন ▸ ১২ *শিখনফলভিত্তিক অনন্য প্রশ্ন-১*

একটি আয়তাকার ঘরের মেঝের দৈর্ঘ্য ১৮ মিটার এবং প্রস্থ ১৪ মিটার। ঘরটি ৩.৫ মিটার উঁচু এবং ঘরের দেওয়ালের পুরুত্ব ২৫ সে.মি.। ঘরের মেঝে ১৬ × ১০ বর্গ সে.মি. আকৃতির টাইলস দিয়ে বাঁধানো হল। *◂ অধ্যায় ১ ও ৩ এর সমন্বয়ে*

ক. ০, ১, ১, ২, ৩, ৫, ৮, ... প্যাটার্নটির ১০ম ও ১১ তম পদ নির্ণয় করো। ২

খ. ঘরটির চার দেওয়ালের আয়তন নির্ণয় করো। ৪

গ. মেঝে বাঁধাতে সম্ভাব্য কতটি টাইলস লাগতে পারে? ৪

১২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত প্যাটার্ন: ০, ১, ১, ২, ৩, ৫, ৮, ...

এই প্যাটার্নের প্রতিটি পদ তার পূর্ববর্তী পদদ্বয়ের যোগফলের সমান।

এখানে, ৬ষ্ঠ পদ = ৫ ও ৭ম পদ = ৮

∴ ৮ম পদ = ৮ + ৫ = ১৩

৯ম পদ = ১৩ + ৮ = ২১

১০ম পদ = ২১ + ১৩ = ৩৪

১১ তম পদ = ৩৪ + ২১ = ৫৫

∴ প্যাটার্নটির ১০ম ও ১১ তম পদ = যথাক্রমে ৩৪ ও ৫৫ (উত্তর)

খ দেওয়া আছে, ঘরের আয়তাকার দেওয়ালের

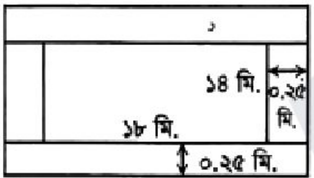
দৈর্ঘ্য = ১৮ মি.

প্রস্থ = ১৪ মি.

উচ্চতা = ৩.৫ মি.

এবং পুরুত্ব = ২৫ সে.মি.

= ০.২৫ মি.



চিত্রানুসারে, দৈর্ঘ্যের দিকে দুইটি দেওয়ালের আয়তন

= ২{(১৮ + ২ × ০.২৫) × ৩.৫ × ০.২৫} ঘন মি.

= ৩২.৩৭৫ ঘন মি.

এবং প্রস্থের দিকে দুইটি দেওয়ালের আয়তন

= ২(১৪ × ৩.৫ × ০.২৫) ঘন মি. = ২৪.৫ ঘন মি.

∴ ভবনটির চার দেওয়ালের আয়তন

= (৩২.৩৭৫ + ২৪.৫) ঘন মি. = ৫৬.৮৭৫ ঘনমিটার (উত্তর)

গ দেওয়া আছে,

আয়তাকার ঘরের মেঝের দৈর্ঘ্য ১৮ মিটার এবং প্রস্থ ১৪ মিটার

∴ ঘরের মেঝের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ

= (১৮ × ১৪) বর্গ মি. = ২৫২ বর্গ মি.

আবার, টাইলসের দৈর্ঘ্য = ১৬ সে.মি. = ০.১৬ মি.

এবং প্রস্থ = ১০ সে.মি. = ০.১০ সে.মি.

∴ টাইলসের ক্ষেত্রফল = (০.১৬ × ০.১০) বর্গ সে.মি.

= ০.০১৬ বর্গ মি.

∴ আয়তাকার ভবনটির মেঝে বাঁধাতে টাইলস লাগবে

$= \frac{২৫২}{০.০১৬}$ টি = ১৫৭৫০ টি (উত্তর)

★★ প্রশ্ন ▸ ১৩ *শিখনফলভিত্তিক অনন্য প্রশ্ন-২*

(i) রহিম সাহেব পেনশনের টাকা পেয়ে ১০ লাখ টাকার তিন মাস অন্তর মুনাফা ভিত্তিক তিন বছর মেয়াদী পেনশন সঞ্চয় পত্র কিনলেন। মুনাফার হার ১২%।

(ii) ৩০ বিঘা ৫ কাঠার উপর নির্মিত একটি স্কুল ক্যাম্পাসের ভেতর চারপাশে ২ মি. পাড়সহ ২৪০০ বর্গমিটার এলাকায় ৫ মি. গভীরতার একটি পুকুর খনন করা হলো। পুকুরটির দৈর্ঘ্য প্রস্থের $১\frac{১}{২}$ গুণ।

◂ অধ্যায় ২ ও ৩ এর সমন্বয়ে

ক. ক্যাম্পাস এলাকার জমির পরিমাণ বর্গফুটে প্রকাশ করো। ২

খ. একটি মেশিন প্রতি সেকেন্ডে ০.৩ ঘনমিটার পানি সরবরাহ করতে পারলে পুকুরটি পানিপূর্ণ করতে কত সময় লাগবে? ৪

গ. ১ম বছর শেষে সরল মুনাফা ও চক্রবৃদ্ধি মুনাফার পার্থক্য কত? ৪

১৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, ক্যাম্পাসের জমির পরিমাণ = ৩০ বিঘা ৫ কাঠা

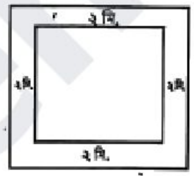
= (৩০ × ২০ + ৫) কাঠা [∵ ১ বিঘা = ২০ কাঠা]

= (৬০০ + ৫) কাঠা = ৬০৫ কাঠা

= (৬০৫ × ৭২০) বর্গফুট [∵ ১ কাঠা = ৭২০ বর্গফুট]

= ৪৩৫৬০০ বর্গফুট (উত্তর)

খ ধরি, পাড়সহ পুকুরটির প্রস্থ = ক মি.



∴ দৈর্ঘ্য = $১\frac{১}{২}$ ক মি. = $\frac{৩ক}{২}$ মি.

প্রশ্নমতে, $\frac{৩ক}{২} \times ক = ২৪০০$

বা, $৩ক^2 = ৪৮০০$ বা, $ক^2 = \frac{৪৮০০}{৩}$

বা, $ক = \sqrt{১৬০০}$ ∴ ক = ৪০

∴ পাড়সহ পুকুরের প্রস্থ = ৪০ মি. এবং দৈর্ঘ্য $= \frac{৩}{২} \times ৪০ = ৬০$ মি.

∴ পাড়বাদে পুকুরের ক্ষেত্রফল = (৬০ − ২ × ২) (৪০ − ২ × ২) বর্গ মি.

= ২০১৬ ব. মি.

∴ পাড় বাদে পুকুরের আয়তন = ২০১৬ × ৫ = ১০০৮০ ঘন মি.

সেকেন্ডে ০.৩ ঘনমিটার হারে পুকুরটি পানি দ্বারা পূর্ণ করতে

প্রয়োজনীয় সময় $= \frac{১০০৮০}{০.৩}$ সেকেন্ড = ৩৩৬০০ সেকেন্ড

$= \frac{৩৩৬০০}{৬০ \times ৬০}$ ঘণ্টা $= \frac{২৮}{৩}$ ঘণ্টা

= ৯ ঘণ্টা ২০ মিনিট (উত্তর)

গ বার্ষিক মুনাফার হার, $r = ১২\% = \frac{১২}{১০০}$

এবং মূলধন, P = ১০০০০০০ টাকা

∴ ১ বছরের সরল মুনাফা, $I = Pnr = ১০০০০০০ \times ১ \times \frac{১২}{১০০}$

= ১২০০০০ টাকা

১ বছর = ১২ মাস

৩ মাস অন্তর মুনাফা ভিত্তিক হলে ১ বছর বা ১২ মাসে ভাগ হবে

$\frac{১২}{৩} = ৪$টি

∴ n = ৪ এবং ৩ মাস অন্তর মুনাফার হার, $r_1 = \frac{১২\%}{৪} = ৩\% = \frac{৩}{১০০}$

∴ চক্রবৃদ্ধি মুনাফা $= C - P = P(১ + r_1)^n - P = P\{(১ + r_1)^n - ১\}$

$= P\left\{\left(১ + \frac{৩}{১০০}\right)^৪ - ১\right\} = P\{(১.০৩)^৪ - ১\}$

= P(১.১২৫৫০৮৮১ − ১)

= ১০০০০০০ × ০.১২৫৫০৮৮১ = ১২৫৫০৮.৮১ টাকা

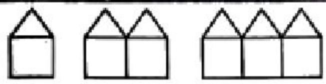
∴ ১ বছর পর সরল মুনাফা ও চক্রবৃদ্ধি মুনাফার পার্থক্য

= (১২৫৫০৮.৮১ − ১২০০০০) = ৫৫০৮.৮১ টাকা (প্রায়) (উত্তর)

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

★ প্রশ্ন ▸ ১৪ — শিখনফলভিত্তিক অনন্য প্রশ্ন-৩

(i) 

(ii) একটি আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য প্রস্থের ৩ গুণ এবং ক্ষেত্রফল ৭৬৮ বর্গমি.। বাগানটি পরিচর্যা করার জন্য ঠিক মাঝখান দিয়ে দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ বরাবর ৩ মি. চওড়া রাস্তা আছে। চলাচলের সুবিধার জন্য ২০ সে.মি. উচ্চতা বিশিষ্ট ইটের রাস্তা নির্মাণ করা হলো।

◀ অধ্যায় ১ ও ৩ এর সমন্বয়ে

ক. বাগানটির ক্ষেত্রফল একরে প্রকাশ করো। ২

খ. রাস্তাটি তৈরি করতে যথাক্রমে ২৫ সে.মি., ১০ সে.মি. ও ৪ সে.মি দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা বিশিষ্ট কতটি ইটের প্রয়োজন? ৪

গ. উদ্দীপকের প্যাটার্নের শততম চিত্র তৈরী করতে কতটি কাঠির প্রয়োজন? ৪

১৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক আমরা জানি, ৪০৪৬.৮৬ ব.মি. = ১ একর

$\therefore$ ৭৬৮ বর্গ মি. $= \frac{১ \times ৭৬৮}{৪০৪৬.৮৬}$ একর = ০.১৯ একর (প্রায়) (উত্তর)

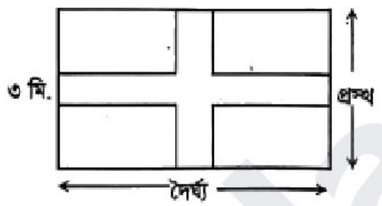
খ মনে করি, আয়তাকার বাগানের প্রস্থ = ক মিটার

আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য = ৩ক মিটার

$\therefore$ আয়তাকার বাগানের ক্ষেত্রফল = (৩ক × ক) ব.মি. = ৩ক^২ বর্গ মি.

প্রশ্নমতে, ৩ক^২ = ৭৬৮ বা, ক$^২ = \frac{৭৬৮}{৩}$ বা, ক^২ = ২৫৬ $\therefore$ ক = ১৬

$\therefore$ প্রস্থ = ১৬ মিটার এবং দৈর্ঘ্য = ৩ × ১৬ = ৪৮ মিটার



দৈর্ঘ্য বরাবর রাস্তার ক্ষেত্রফল = (৪৮ × ৩) = ১৪৪ বর্গ মিটার

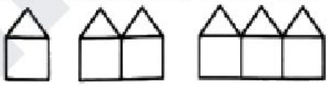
প্রস্থ বরাবর রাস্তার ক্ষেত্রফল = (১৬ − ৩) × ৩ = ৩৯ বর্গ মিটার

$\therefore$ রাস্তার মোট আয়তন = (১৪৪ + ৩৯) × $\frac{২০}{১০০}$ = ৩৬.৬ ঘন মিটার

একটি ইটের আয়তন = $\left(\frac{২৫}{১০০} \times \frac{১০}{১০০} \times \frac{৪}{১০০}\right)$ = ০.০০১ ঘন মি.

$\therefore$ প্রয়োজনীয় ইটের সংখ্যা = $\frac{৩৬.৬}{০.০০১}$ টি = ৩৬৬০০ টি (উত্তর)

গ কাঠির সংখ্যার তালিকা নিচে দেওয়া হলো:



৬ ১১ ১৬

১ম চিত্রে কাঠির সংখ্যা = ৬ = ৫ + ১ = ৫ × ১ + ১

২য় চিত্রে কাঠির সংখ্যা = ১১ = ১০ + ১ = ৫ × ২ + ১

৩য় চিত্রে কাঠির সংখ্যা = ১৬ = ১৫ + ১ = ৫ × ৩ + ১

একইভাবে 'ক' তম চিত্রে কাঠির সংখ্যা = ৫ × ক + ১ = ৫ক + ১

$\therefore$ প্যাটার্নগুলো ৫ক + ১ বীজগাণিতিক রাশি দ্বারা প্রকাশ করা যায়।

$\therefore$ শততম বা ১০০তম প্যাটার্নে প্রয়োজনীয় কাঠির সংখ্যা

= ৫ × ১০০ + ১ = ৫০০ + ১ = ৫০১টি (উত্তর)

প্রশ্নব্যাংক

★★ প্রশ্ন ▸ ১৫ — শিখনফলভিত্তিক অনন্য প্রশ্ন-৪

একটি চৌবাচ্চার দৈর্ঘ্য ৪.৫০ মিটার, প্রস্থ ২.৫০ মিটার এবং উচ্চতা ১.৫০ মিটার। ◀ শিখনফল ১ ও ২

ক. কোনো বিদ্যালয়ের মাঠ ৩ একর। একে বর্গমিটারে প্রকাশ করো। ২

খ. চৌবাচ্চাটিতে কত লিটার পানি ধরে? ৪

গ. চৌবাচ্চাটির চার দেয়ালের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো। ৪

উত্তর: ক. ১২১৪০.৫৮ বর্গমিটার; খ. ১৬৮৭৫ লিটার; গ. ২১ বর্গমিটার।

★★ প্রশ্ন ▸ ১৬ — শিখনফলভিত্তিক অনন্য প্রশ্ন-৫

একটি ঢাকনা যুক্ত চৌবাচ্চার পানি ধারণ ক্ষমতা ১২০০০ লিটার। এর দৈর্ঘ্য ২.৫০ মিটার এবং প্রস্থ ২ মিটার। ◀ শিখনফল ১ ও ২

ক. ২ গজকে মিটারে প্রকাশ করো। ২

খ. চৌবাচ্চাটির গভীরতা নির্ণয় করো। ৪

গ. প্রতি বর্গমিটার ২৫ টাকা দরে চৌবাচ্চাটির ভিতরের সমগ্র অংশ রং করতে কত খরচ হবে? ৪

উত্তর: ক. ১.৮২৮৮ মিটার (প্রায়); খ. ২.৪০ মিটার; গ. ৭৯০ টাকা।

★ প্রশ্ন ▸ ১৭ — শিখনফলভিত্তিক অনন্য প্রশ্ন-৬

৬ মিটার দৈর্ঘ্য, ৪ মিটার প্রস্থ ও ২ মিটার উচ্চতা বিশিষ্ট একটি খালি চৌবাচ্চায় ১০০ সে. মি. বাহু বিশিষ্ট একটি নিরেট লোহার ঘনক রাখা আছে। চৌবাচ্চাটি পানি দ্বারা পূর্ণ করার পর ঘনকটি তুলে আনা হলো। লোহা পানির তুলনায় ৭.৫ গুণ ভারী। ◀ শিখনফল ১ ও ২

ক. চৌবাচ্চাটির আয়তন নির্ণয় করো। ২

খ. লোহার ঘনকটির ওজন নির্ণয় করো। ৪

গ. ঘনকটি তুলে আনার পর পানির গভীরতা কত হবে? ৪

উত্তর: ক. ৪৮ ঘন মিটার; খ. ৭৫০০ কেজি; গ. ১.৯৫৮৩ মিটার (প্রায়)।

★★ প্রশ্ন ▸ ১৮ — শিখনফলভিত্তিক অনন্য প্রশ্ন-৭

আয়তাকার একটি জমির ক্ষেত্রফল ১০ একর এবং দৈর্ঘ্য প্রস্থের চারগুণ। ঐ জমিতে অবস্থিত একটি ঘরের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে ৪০ মি., ৩৫ মি. ও ১০ মি. এবং দেয়ালের পুরুত্ব ১৫ সে.মি.। ◀ শিখনফল ১ ও ২

ক. জমির ক্ষেত্রফল বর্গগজে প্রকাশ করো। ২

খ. জমির দৈর্ঘ্য গজে এবং মিটারে প্রকাশ করো। ৪

গ. ঘরটির চার দেয়ালের আয়তন নির্ণয় করো। ৪

উত্তর: ক. ৪৮৪০৭.৪২ বর্গগজ; খ. ৪৪০ গজ (প্রায়), ৪০২.৩৩৬ মিটার (প্রায়); গ. ২২৫.৯ ঘনমিটার।

★ প্রশ্ন ▸ ১৯ — শিখনফলভিত্তিক অনন্য প্রশ্ন-৮

একটি আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ৪৮ মিটার এবং প্রস্থ ৩২ মিটার ৮০ সে.মি.। ◀ শিখনফল ১ ও ২

ক. ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফলকে বর্গগজে প্রকাশ করো। ২

খ. ক্ষেত্রটির ভিতরে চতুর্দিকে ৩ মিটার বিস্তৃত একটি রাস্তা আছে। রাস্তাটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো। ৪

গ. ক্ষেত্রটির পরিসীমার সমান পরিসীমা বিশিষ্ট একটি বর্গাকার ক্ষেত্রের ভিতরে ঘাস লাগাতে প্রতি বর্গমিটার ৫০.০০ টাকা হিসাবে মোট কত খরচ হবে নির্ণয় করো। ৪

উত্তর: ক. ১৮৮৩.২৫ বর্গগজ (প্রায়); খ. ৪৪৮.৮ বর্গমিটার; গ. ৮১৬০৮ টাকা।

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

চতুর্থ অধ্যায় — বীজগণিতীয় সূত্রাবলি ও প্রয়োগ

★★ প্রশ্ন ▶১ *জুনিয়র বৃত্তি পরীক্ষা ২০২৫*

$x^4 - 7x^2 + 1 = 0; x > 0$ একটি বীজগাণিতিক রাশি। ◀শিখনফল ১, ২ ও ৩

ক. $a^4 + a^2b^2 + b^4$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করো। ২

খ. $x^4 - \frac{1}{x^4}$ এর মান নির্ণয় করো। ৪

গ. প্রমাণ করো যে, $\left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right)\left(\frac{x^6+1}{x^3}\right) = 144\sqrt{5}$ ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত রাশি $= a^4 + a^2b^2 + b^4 = (a^2)^2 + 2a^2b^2 + (b^2)^2 - a^2b^2$

$= (a^2+b^2)^2 - (ab)^2 = (a^2+b^2+ab)(a^2+b^2-ab)$

$= (a^2+ab+b^2)(a^2-ab+b^2)$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $x^4 - 7x^2 + 1 = 0$

বা, $x^4 + 1 = 7x^2$

বা, $\frac{x^4}{x^2} + \frac{1}{x^2} = \frac{7x^2}{x^2}$ [প্রতিটি পদকে x^2 দ্বারা ভাগ]

বা, $x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$ .... (i)

বা, $\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 = 7^2$ [বর্গ করে]

বা, $\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)^2 + 4 \times x^2 \times \frac{1}{x^2} = 49$

বা, $\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)^2 = 49 - 4 = 45$

বা, $x^2 - \frac{1}{x^2} = \sqrt{45}$

$\therefore x^2 - \frac{1}{x^2} = \sqrt{9 \times 5} = 3\sqrt{5}$ .... (ii)

(i) ও (ii) নং গুণ করে পাই, $\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right) = 7 \times 3\sqrt{5}$

বা, $(x^2)^2 - \left(\frac{1}{x^2}\right)^2 = 21\sqrt{5}$

$\therefore x^4 - \frac{1}{x^4} = 21\sqrt{5}$ **(Ans.)**

গ 'খ' হতে পাই, $x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$ বা, $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \times x \times \frac{1}{x} = 7$

বা, $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 9$ বা, $x + \frac{1}{x} = \sqrt{9}$ [$\because x > 0$]

$\therefore x + \frac{1}{x} = 3$ .... (i)

আবার, $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 9$ বা, $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4.x.\frac{1}{x} = 9$

বা, $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 9 - 4 = 5$ $\therefore x - \frac{1}{x} = \sqrt{5}$ .... (ii)

এখন, বামপক্ষ $= \left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right)\left(\frac{x^6+1}{x^3}\right) = \left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right)\left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right)$

$= \left\{\left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3.x.\frac{1}{x}\left(x - \frac{1}{x}\right)\right\}\left\{\left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3.x.\frac{1}{x}\left(x + \frac{1}{x}\right)\right\}$

$= \{(\sqrt{5})^3 + 3\sqrt{5}\}\ \{3^3 - 3 \times 3\}$ [(i) ও (ii) নং হতে]

$= (5\sqrt{5} + 3\sqrt{5})(27 - 9) = 8\sqrt{5} \times 18 = 144\sqrt{5}$

= ডানপক্ষ

$\therefore \left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right)\left(\frac{x^6+1}{x^3}\right) = 144\sqrt{5}$ (প্রমাণিত)

★★ প্রশ্ন ▶২ *JSC দি. বো. ২০১৯*

$P = 5x - 3,\ Q = 2x - 1,\ R = 3x^2 - 10x + 3$ তিনটি বীজগণিতীয় রাশি। ◀শিখনফল ১ ও ২

ক. PQ কে দুইটি রাশির বর্গের অন্তররূপে প্রকাশ করো। ২

খ. $P = \frac{5}{x}$ হলে $\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)^2$ এর মান নির্ণয় করো। ৪

গ. $R = 0$ হলে দেখাও যে, $x^3 + \frac{1}{x^3} = \frac{730}{27}$ ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $P = 5x - 3$

$Q = 2x - 1$

$\therefore PQ = (5x - 3)(2x - 1)$

আমরা জানি, $ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$

$\therefore (5x-3)(2x-1) = \left(\frac{5x-3+2x-1}{2}\right)^2 - \left(\frac{5x-3-2x+1}{2}\right)^2$

$= \left(\frac{7x-4}{2}\right)^2 - \left(\frac{3x-2}{2}\right)^2$

$\therefore PQ = \left(\frac{7x-4}{2}\right)^2 - \left(\frac{3x-2}{2}\right)^2$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $P = 5x - 3$ এবং $P = \frac{5}{x}$ $\therefore 5x - 3 = \frac{5}{x}$

বা, $5x - \frac{5}{x} = 3$

বা, $5\left(x - \frac{1}{x}\right) = 3$ বা, $x - \frac{1}{x} = \frac{3}{5}$

বা, $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = \frac{9}{25}$ [বর্গ করে]

বা, $x^2 - 2.x.\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = \frac{9}{25}$ বা, $x^2 + \frac{1}{x^2} = \frac{9}{25} + 2$

$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = \frac{59}{25}$

এখন, $\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)^2 = \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 4.x^2.\frac{1}{x^2}$

$= \left(\frac{59}{25}\right)^2 - 4 = \frac{3481}{625} - 4 = \frac{3481 - 2500}{625} = \frac{981}{625}$ **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে, $R = 3x^2 - 10x + 3$

এবং $R = 0$ $\therefore 3x^2 - 10x + 3 = 0$

বা, $3x^2 + 3 = 10x$ বা, $3(x^2 + 1) = 10x$

বা, $\frac{x^2+1}{x} = \frac{10}{3}$ $\therefore x + \frac{1}{x} = \frac{10}{3}$

এখন, $x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3.x.\frac{1}{x}.\left(x + \frac{1}{x}\right)$

$= \left(\frac{10}{3}\right)^3 - 3.\frac{10}{3} = \frac{1000}{27} - 10 = \frac{1000 - 270}{27} = \frac{730}{27}$

$\therefore x^3 + \frac{1}{x^3} = \frac{730}{27}$ (দেখানো হলো)

★★ প্রশ্ন ▶৩ *JSC কু. বো. ২০১৯*

$P = a^2 + b^2 - c^2,\ Q = x^2 - \sqrt{5}x - 1$ ◀শিখনফল ১ ও ২

ক. $3x - 4y + 5z$ এর বর্গ নির্ণয় করো। ২

খ. $P = 0$ হলে, প্রমাণ করো যে, $a^6 + b^6 + 3a^2b^2c^2 = c^6$ ৪

গ. $Q = 0$ হলে, $x^4 + \frac{1}{x^4}$ এর মান নির্ণয় করো। ৪

গণিত

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ধরি, $3x = a$, $-4y = b$ এবং $5z = c$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশির বর্গ $= (a+b+c)^2$

$= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$

$= (3x)^2 + (-4y)^2 + (5z)^2 + 2(3x)(-4y) + 2(-4y).(5z) + 2(5z)(3x)$ [মান বসিয়ে]

$= 9x^2 + 16y^2 + 25z^2 - 24xy - 40yz + 30zx$ (Ans.)

খ দেওয়া আছে, $P = a^2 + b^2 - c^2$

$P = 0$ হলে, $a^2 + b^2 - c^2 = 0$

বা, $a^2 + b^2 = c^2$ বা, $(a^2+b^2)^3 = (c^2)^3$ [ঘন করে]

বা, $a^6 + b^6 + 3a^2b^2(a^2+b^2) = c^6$

বা, $a^6 + b^6 + 3a^2.b^2.c^2 = c^6$ [$\because a^2 + b^2 = c^2$]

$\therefore a^6 + b^6 + 3a^2b^2c^2 = c^6$ (প্রমাণিত)

গ দেওয়া আছে, $Q = x^2 - \sqrt{5}x - 1$

$Q = 0$ হলে, $x^2 - \sqrt{5}x - 1 = 0$

বা, $x^2 - 1 = \sqrt{5}x$ $\therefore x - \frac{1}{x} = \sqrt{5}$

এখন, $x^4 + \frac{1}{x^4} = (x^2)^2 + \left(\frac{1}{x^2}\right)^2$

$= \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 2.x^2.\frac{1}{x^2}$

$= \left\{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2.x.\frac{1}{x}\right\}^2 - 2$

$= \{(\sqrt{5})^2 + 2\}^2 - 2$

$= (5+2)^2 - 2 = 7^2 - 2$

$= 49 - 2 = 47$ (Ans.)

★★ প্রশ্ন ▸ ৪ *JSC চ. বো. ২০১৯*

$a - \frac{1}{a} = 2$ এবং $x^2 + \frac{1}{x^2} = 3$ ◂ শিখনফল ১, ৩৫২

ক. $x + y = 5$ এবং $xy = 6$ হলে $x^3 - y^3$ নির্ণয় করো। ২

খ. দেখাও যে, $\frac{a^8+1}{a^4} = 34$ ৪

গ. $\left(\frac{x^6+1}{x^3}\right)^2$ এর মান নির্ণয় করো। ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $x + y = 5$ এবং $xy = 6$

$\therefore x - y = \sqrt{(x+y)^2 - 4xy} = \sqrt{5^2 - 4\times 6} = \sqrt{25-24} = 1$

$\therefore x^3 - y^3 = (x-y)^3 + 3xy(x-y)$

$= 1^3 + 3\times 6\times 1 = 1 + 18 = 19$ (Ans.)

খ দেওয়া আছে, $a - \frac{1}{a} = 2$

বামপক্ষ $= \frac{a^8+1}{a^4} = \frac{a^8}{a^4} + \frac{1}{a^4} = a^4 + \frac{1}{a^4} = (a^2)^2 + \left(\frac{1}{a^2}\right)^2$

$= \left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)^2 - 2\times a^2\times\frac{1}{a^2}$

$= \left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)^2 - 2 = \left\{\left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 2.a.\frac{1}{a}\right\}^2 - 2$

$= (2^2 + 2)^2 - 2$ [মান বসিয়ে]

$= (4+2)^2 - 2$

$= 6^2 - 2 = 36 - 2 = 34 =$ ডানপক্ষ

$\therefore \frac{a^8+1}{a^4} = 34$ (দেখানো হলো)

গ দেওয়া আছে, $x^2 + \frac{1}{x^2} = 3$

এখন, $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + 2.x.\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2$

$= 3 + 2$ [$\because x^2 + \frac{1}{x^2} = 3$]

$= 5$

$\therefore x + \frac{1}{x} = \sqrt{5}$ [বর্গমূল করে]

এখন, $\frac{x^6+1}{x^3} = \frac{x^6}{x^3} + \frac{1}{x^3} = x^3 + \frac{1}{x^3}$

$= \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3.x.\frac{1}{x}\left(x + \frac{1}{x}\right)$

$= (\sqrt{5})^3 - 3\sqrt{5}$ [মান বসিয়ে]

$= 5\sqrt{5} - 3\sqrt{5} = 2\sqrt{5}$

$\therefore \left(\frac{x^6+1}{x^3}\right)^2 = (2\sqrt{5})^2 = 20$ (Ans.)

★ প্রশ্ন ▸ ৫ *মানিকগঞ্জ সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, ঢাকা*

$A = x^2 - 3x - 28$; $B = x^2 - 7x + 12$;
$C = 3x^2 + 11x - 4$ এবং $D = a^2 + 1$ ◂ শিখনফল ১, ২ ৩৪

ক. $A + B$ নির্ণয় করো। ২

খ. $D = 7a$ হলে দেখাও যে, $\left(a^3 + \frac{1}{a^3}\right) - \left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right) = 275$ ৪

গ. A, B ও C এর গ.সা.গু. নির্ণয় করো। ৪

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $A = x^2 - 3x - 28$ এবং $B = x^2 - 7x + 12$

$\therefore \frac{A}{B} = \frac{x^2 - 3x - 28}{x^2 - 7x + 12} = \frac{x^2 - 7x + 4x - 28}{x^2 - 4x - 3x + 12}$

$= \frac{x(x-7) + 4(x-7)}{x(x-4) - 3(x-4)} = \frac{(x-7)(x+4)}{(x-4)(x-3)}$ (Ans.)

খ দেওয়া আছে, $D = 7a$

বা, $a^2 + 1 = 7a$ বা, $\frac{a^2+1}{a} = 7$ $\therefore a + \frac{1}{a} = 7$

বামপক্ষ $= \left(a^3 + \frac{1}{a^3}\right) - \left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)$

$= \left(a + \frac{1}{a}\right)^3 - 3.a.\frac{1}{a}\left(a + \frac{1}{a}\right) - \left\{\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2.a.\frac{1}{a}\right\}$

$= 7^3 - 3.7 - (7^2 - 2)$

$= 343 - 21 - 47 = 275 =$ ডানপক্ষ

$\therefore \left(a^3 + \frac{1}{a^3}\right) - \left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right) = 275$ (দেখানো হলো)

গ $A = x^2 - 3x - 28 = x^2 - 7x + 4x - 28$

$= x(x-7) + 4(x-7) = (x-7)(x+4)$

$B = x^2 - 7x + 12 = x^2 - 4x - 3x + 12$

$= x(x-4) - 3(x-4) = (x-4)(x-3)$

$C = 3x^2 + 11x - 4 = 3x^2 + 12x - x - 4$

$= 3x(x+4) - 1(x+4) = (x+4)(3x-1)$

$\therefore$ A, B ও C এর গ.সা.গু. $= 1$ (Ans.)

★★ প্রশ্ন ▸ ৬ *রাজউক উত্তরা মডেল কলেজ, ঢাকা*

$A = x^4 - 3x^2 + 1$, $B = x^2 + x - 1$ দুইটি বীজগণিতীয় রাশি। ◂ শিখনফল ১, ২ ৩৩

ক. A কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করো। ২

খ. $A = 0$ হলে, প্রমাণ করো যে, $\frac{x^6+1}{x^3} = 2\sqrt{5}$ ৪

গ. $\frac{A}{B} = 2x$ হলে, $\left(\frac{x^4-1}{x^2}\right)^3$ এর মান নির্ণয় করো। ৪

গণিত

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $A = x^4 - 3x^2 + 1 = x^4 - 2x^2 + 1 - x^2$
$= (x^2 - 1)^2 - x^2 = (x^2 - 1 + x)(x^2 - 1 - x)$
$= (x^2 + x - 1)(x^2 - x - 1)$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $A = x^4 - 3x^2 + 1$ এবং $A = 0$
$\therefore x^4 - 3x^2 + 1 = 0$ বা, $x^4 + 1 = 3x^2$
বা, $x^2 + \frac{1}{x^2} = 3$ বা, $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2.x.\frac{1}{x} = 3$
বা, $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 5$ $\therefore x + \frac{1}{x} = \sqrt{5}$
এখন, বামপক্ষ $= \frac{x^6 + 1}{x^3} = x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3.x.\frac{1}{x}\left(x + \frac{1}{x}\right)$
$= (\sqrt{5})^3 - 3\sqrt{5} = 5\sqrt{5} - 3\sqrt{5}$
$= 2\sqrt{5}$ = ডানপক্ষ
$\therefore \frac{x^6 + 1}{x^3} = 2\sqrt{5}$ (প্রমাণিত)

গ দেওয়া আছে, $\frac{A}{B} = 2x$
বা, $\frac{x^4 - 3x^2 + 1}{x^2 + x - 1} = 2x$ বা, $\frac{x^4 - 2x^2 + 1 - x^2}{x^2 + x - 1} = 2x$
বা, $\frac{(x^2 - 1)^2 - (x)^2}{x^2 + x - 1} = 2x$ বা, $\frac{(x^2 + x - 1)(x^2 - 1 - x)}{x^2 + x - 1} = 2x$
বা, $x^2 - 1 - x = 2x$ বা, $x^2 - 1 = 3x$
বা, $x - \frac{1}{x} = 3$ বা, $x^2 - 2.x.\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 9$
বা, $x^2 + \frac{1}{x^2} = 11$ বা, $\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 = 121$ [বর্গ করে]
বা, $\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)^2 + 4.x^2.\frac{1}{x^2} = 121$
বা, $\left(\frac{x^4 - 1}{x^2}\right)^2 = 117$ বা, $\frac{x^4 - 1}{x^2} = \sqrt{117} = 3\sqrt{13}$
$\therefore \left(\frac{x^4 - 1}{x^2}\right)^3 = (3\sqrt{13})^3 = 351\sqrt{13}$ **(Ans.)**

★★ প্রশ্ন ▸ ৭ | *ব্লু-বার্ড স্কুল এন্ড কলেজ, সিলেট*

$x - \frac{1}{x}$, $x^4 + \frac{1}{x^4}$ এবং $x^6 - \frac{1}{x^6}$ তিনটি বীজগণিতীয় রাশি।

◂ শিখনফল ১, ২৪৪

ক. প্রথম রাশি $= \sqrt{5}$ হলে $x + \frac{1}{x} =$ কত? ২

খ. দ্বিতীয় রাশির মান 119 হলে প্রমাণ করো যে, $x^3 - \frac{1}{x^3} = 36$ ৪

গ. প্রদত্ত প্রথম ও তৃতীয় রাশির ল.সা.গু ও গ.সা.গু নির্ণয় করো। ৪

৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, প্রথম রাশি $= \sqrt{5}$
বা, $x - \frac{1}{x} = \sqrt{5}$ বা, $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = (\sqrt{5})^2$ [বর্গ করে]
বা, $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4.x.\frac{1}{x} = 5$ বা, $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 5 + 4$
বা, $x + \frac{1}{x} = \sqrt{9}$ $\therefore x + \frac{1}{x} = 3$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, দ্বিতীয় রাশির মান = 119
বা, $x^4 + \frac{1}{x^4} = 119$
বা, $(x^2)^2 + \left(\frac{1}{x^2}\right)^2 = 119$
বা, $\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 2.x^2.\frac{1}{x^2} = 119$
বা, $\left\{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2.x.\frac{1}{x}\right\}^2 = 119 + 2$
বা, $\left\{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2\right\}^2 = 121$
বা, $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 = 11$ [বর্গমূল করে]
বা, $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 9$ বা, $x - \frac{1}{x} = 3$ [পুনরায় বর্গমূল করে]
বা, $\left(x - \frac{1}{x}\right)^3 = 3^3$ [ঘন করে]
বা, $x^3 - \frac{1}{x^3} - 3.x.\frac{1}{x}\left(x - \frac{1}{x}\right) = 27$
বা, $x^3 - \frac{1}{x^3} - 3.3 = 27$
বা, $x^3 - \frac{1}{x^3} = 27 + 9$
$\therefore x^3 - \frac{1}{x^3} = 36$ (প্রমাণিত)

গ প্রথম রাশি $= x - \frac{1}{x}$
তৃতীয় রাশি $= x^6 - \frac{1}{x^6} = (x^3)^2 - \left(\frac{1}{x^3}\right)^2 = \left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right)\left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right)$
$= \left(x + \frac{1}{x}\right)\left(x^2 - x.\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}\right)\left(x - \frac{1}{x}\right)\left(x^2 + x.\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}\right)$
$= \left(x + \frac{1}{x}\right)\left(x^2 + \frac{1}{x^2} - 1\right)\left(x - \frac{1}{x}\right)\left(x^2 + \frac{1}{x^2} + 1\right)$
$\therefore$ নির্ণেয় ল.সা.গু $= \left(x + \frac{1}{x}\right)\left(x^2 + \frac{1}{x^2} - 1\right)\left(x - \frac{1}{x}\right)\left(x^2 + \frac{1}{x^2} + 1\right)$
$= x^6 - \frac{1}{x^6}$ **(Ans.)**
এবং গ.সা.গু $= x - \frac{1}{x}$ **(Ans.)**

★★ প্রশ্ন ▸ ৮ | *ইনজিনিয়ারিং ইউনিভার্সিটি স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা*

$A = m^4 + 4m^2 + 2$, $B = x^4 + \frac{1}{x^4}$ এবং $C = y^2 - 2y - 1$

◂ শিখনফল ১, ২৪৩

ক. $a^2 + 2ab + 2b - 1$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করো। ২

খ. $B = A$ হলে, দেখাও যে, $x - \frac{1}{x} = m$. ৪

গ. $C = 0$ হলে, প্রমাণ করো যে, $y^6 - \frac{1}{y^6} = 140\sqrt{2}$ ৪

৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত রাশি $= a^2 + 2ab + 2b - 1$
$= a^2 + 2ab + b^2 - b^2 + 2b - 1$
$= (a)^2 + 2.a.b + (b)^2 - (b^2 - 2b + 1)$
$= (a + b)^2 - (b - 1)^2$
$= (a + b + b - 1)(a + b - b + 1)$
$= (a + 2b - 1)(a + 1)$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $B = x^4 + \frac{1}{x^4}$ এবং $A = m^4 + 4m^2 + 2$
$B = A$ হলে, $x^4 + \frac{1}{x^4} = m^4 + 4m^2 + 2$
বা, $\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 2.x^2.\frac{1}{x^2} = m^4 + 4m^2 + 2$

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

বা, $\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)^2 = m^4+4m^2+4$

বা, $\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)^2 = (m^2)^2+2.m^2.2+(2)^2$

বা, $\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)^2 = (m^2+2)^2$

বা, $x^2+\frac{1}{x^2} = m^2+2$ [বর্গমূল করে]

বা, $x^2+\frac{1}{x^2}-2 = m^2$

বা, $(x)^2+\left(\frac{1}{x}\right)^2-2.x.\frac{1}{x} = m^2$

বা, $\left(x-\frac{1}{x}\right)^2 = m^2$

$\therefore x-\frac{1}{x} = m$ (দেখানো হলো)

গ দেওয়া আছে, $C = y^2-2y-1$ এবং $C = 0$

$\therefore y^2-2y-1 = 0$ বা, $y^2-1 = 2y$

বা, $\frac{y^2-1}{y} = 2$ বা, $y-\frac{1}{y} = 2$

বা, $\left(y-\frac{1}{y}\right)^2 = 4$ বা, $\left(y+\frac{1}{y}\right)^2-4.y.\frac{1}{y} = 4$

বা, $\left(y+\frac{1}{y}\right)^2 = 8$ $\therefore y+\frac{1}{y} = 2\sqrt{2}$

বামপক্ষ $= y^6-\frac{1}{y^6} = (y^3)^2-\left(\frac{1}{y^3}\right)^2 = \left(y^3+\frac{1}{y^3}\right)\left(y^3-\frac{1}{y^3}\right)$

$= \left\{\left(y+\frac{1}{y}\right)^3-3.y.\frac{1}{y}\left(y+\frac{1}{y}\right)\right\}\left\{\left(y-\frac{1}{y}\right)^3+3.y.\frac{1}{y}\left(y-\frac{1}{y}\right)\right\}$

$= \{(2\sqrt{2})^3-3\times2\sqrt{2}\}\ \{(2)^3+3.2\}$

$= (16\sqrt{2}-6\sqrt{2})\ (8+6)$

$= 10\sqrt{2}\times14 = 140\sqrt{2} =$ ডানপক্ষ

$\therefore y^6-\frac{1}{y^6} = 140\sqrt{2}$ (প্রমাণিত)

★ প্রশ্ন ▸ ৯ | ভোলা সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়

$x-\frac{1}{x} = 4$ এবং $m+\frac{1}{m} = 3$; $m>0$ ◀ শিখনফল ১

ক. $x^2+\frac{1}{x^2}$ এর মান নির্ণয় করো। ২

খ. প্রমাণ করো যে, $m = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$ ৪

গ. $m+\frac{1}{m} = 4$ হলে, $m^4+\frac{1}{m^4}$ এর মান নির্ণয় করো। ৪

৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $x-\frac{1}{x} = 4$

এখন, $x^2+\frac{1}{x^2} = \left(x-\frac{1}{x}\right)^2+2.x.\frac{1}{x}$

$= 4^2+2$ [মান বসিয়ে]

$= 16+2 = 18$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $m+\frac{1}{m} = 3$

বা, $\frac{m^2+1}{m} = 3$ বা, $m^2+1 = 3m$

বা, $m^2-3m+1 = 0$

বা, $m^2-2.m.\frac{3}{2}+\left(\frac{3}{2}\right)^2-\left(\frac{3}{2}\right)^2+1 = 0$

বা, $\left(m-\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}-1$

বা, $\left(m-\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9-4}{4} = \frac{5}{4}$

বা, $m-\frac{3}{2} = \frac{\sqrt{5}}{2}$ [যেহেতু $m>0$]

বা, $m = \frac{3}{2}+\frac{\sqrt{5}}{2}$

$\therefore m = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$ (প্রমাণিত)

গ দেওয়া আছে, $m+\frac{1}{m} = 4$

এখন, $m^4+\frac{1}{m^4} = (m^2)^2+\left(\frac{1}{m^2}\right)^2$

$= \left(m^2+\frac{1}{m^2}\right)^2-2.m^2.\frac{1}{m^2}$

$= \left\{\left(m+\frac{1}{m}\right)^2-2.m.\frac{1}{m}\right\}^2-2$

$= \{4^2-2\}^2-2$ [মান বসিয়ে]

$= \{16-2\}^2-2 = 14^2-2 = 196-2 = 194$

$\therefore m^4+\frac{1}{m^4} = 194$ **(Ans.)**

★★ প্রশ্ন ▸ ১০ | মাধ্যমিক ও উচ্চ মাধ্যমিক শিক্ষা বোর্ড, যশোর

$a^2(a^3-1)$, a^2-2a+1, a^4+a^2+1 ◀ শিখনফল ১, ২ ও ৪

ক. গুণফল নির্ণয় করো: $(x^3-y^2)\ (x^3+y^2)$ ২

খ. দ্বিতীয় রাশি $= -3$ হলে, $a^6+64+16a^3$ এর মান নির্ণয় করো। ৪

গ. রাশি তিনটির ল.সা.গু. নির্ণয় করো। ৪

১০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $(x^3-y^2)\ (x^3+y^2)$

$= (x^3)^2-(y^2)^2$ [$\because (a+b)(a-b) = a^2-b^2$]

$= x^6-y^4$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, দ্বিতীয় রাশি $= a^2-2a+1$

সুতরাং $a^2-2a+1 = -3$

বা, $a^2+1+3 = 2a$ বা, $a^2+4 = 2a$

বা, $\frac{a^2+4}{a} = \frac{2a}{a}$ বা, $a+\frac{4}{a} = 2$ বা, $\left(a+\frac{4}{a}\right)^3 = (2)^3$ [ঘন করে]

বা, $a^3+\left(\frac{4}{a}\right)^3+3.a.\frac{4}{a}\left(a+\frac{4}{a}\right) = 8$

বা, $a^3+\frac{64}{a^3}+12(2) = 8$

বা, $a^3+\frac{64}{a^3}+24-8 = 0$

বা, $\frac{a^6+64+16a^3}{a^3} = 0$

$\therefore$ $a^6+64+16a^3 = 0$ **(Ans.)**

গ প্রথম রাশি $= a^2(a^3-1) = a^2(a-1)(a^2+a+1)$

দ্বিতীয় রাশি $= a^2-2a+1 = (a-1)^2$

তৃতীয় রাশি $= a^4+a^2+1$

$= (a^2)^2+2.a^2+1-a^2$

$= (a^2+1)^2-a^2$

$= (a^2+1+a)(a^2-a+1)$

$= (a^2+a+1)(a^2-a+1)$

$\therefore$ রাশিগুলোর ল.সা.গু. $= a^2(a-1)^2(a^2+a+1)(a^2-a+1)$

$= a^2(a-1)^2(a^4+a^2+1)$ **(Ans.)**

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

★★ প্রশ্ন ▶ ১১ শিখনফলভিত্তিক অনন্য প্রশ্ন-১

(i) $x^2 - 4x + 1 = 0$ (ii) $p^4 = 47 - \frac{1}{p^4}$ এবং (iii) $y^2 = 11 + 2\sqrt{30}$

◀ শিখনফল ১ ও ২

ক. (iii) হতে y-এর মান নির্ণয় করো। ২

খ. দেখাও যে, $x^3 - \frac{1}{x^3} = 30\sqrt{3}$ ৪

গ. $p + \frac{1}{p}$ এর মান নির্ণয় করো। ৪

১১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $y^2 = 11 + 2\sqrt{30}$

বা, $y^2 = 6 + 5 + 2\sqrt{30}$

বা, $y^2 = (\sqrt{6})^2 + (\sqrt{5})^2 + 2.\sqrt{6}.\sqrt{5}$

বা, $y^2 = (\sqrt{6} + \sqrt{5})^2$

$\therefore y = \sqrt{6} + \sqrt{5}$ (Ans.)

খ দেওয়া আছে, $x^2 - 4x + 1 = 0$

বা, $x^2 + 1 = 4x$ বা, $x + \frac{1}{x} = 4$

বা, $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = (4)^2$ বা, $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4.x.\frac{1}{x} = 16$

বা, $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 16 - 4 = 12$ $\therefore x - \frac{1}{x} = 2\sqrt{3}$

এখন, $x^3 - \frac{1}{x^3} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3x.\frac{1}{x}\left(x - \frac{1}{x}\right)$

$= (2\sqrt{3})^3 + 3(2\sqrt{3})$

$= 24\sqrt{3} + 6\sqrt{3}$

$= 30\sqrt{3}$

$\therefore x^3 - \frac{1}{x^3} = 30\sqrt{3}$ (দেখানো হলো)

গ দেওয়া আছে, $p^4 = 47 - \frac{1}{p^4}$

বা, $p^4 + \frac{1}{p^4} = 47$

বা, $(p^2)^2 + \left(\frac{1}{p^2}\right)^2 + 2.p^2.\frac{1}{p^2} = 47 + 2$

বা, $\left(p^2 + \frac{1}{p^2}\right)^2 = 49$ বা, $p^2 + \frac{1}{p^2} = 7$

বা, $p^2 + \frac{1}{p^2} + 2.p.\frac{1}{p} = 7 + 2$

বা, $\left(p + \frac{1}{p}\right)^2 = 9$

$\therefore p + \frac{1}{p} = 3$ [$p > 0$ ধরে] (Ans.)

★ প্রশ্ন ▶ ১২ শিখনফলভিত্তিক অনন্য প্রশ্ন-২

$x^2 - 2x + 1$ এবং $3p + 5q - r$ দুইটি বীজগাণিতিক রাশি।

◀ শিখনফল ১, ২ ও ৩

ক. $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - 2b^3$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করো। ২

খ. প্রথম রাশির মান শূন্য হলে প্রমাণ করো যে, $x^2 + \frac{1}{x^2} = x^4 + \frac{1}{x^4}$ ৪

গ. দ্বিতীয় রাশিটির মান শূন্য হলে প্রমাণ করো যে, $27p^3 + 125q^3 + 45pqr = r^3$ ৪

১২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - 2b^3$

$= (a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3) - b^3$

$= (a - b)^3 - b^3$

$= (a - b - b)\{(a - b)^2 + (a - b).b + (b)^2\}$

$= (a - 2b)(a^2 - 2ab + b^2 + ab - b^2 + b^2)$

$= (a - 2b)(a^2 - ab + b^2)$ (Ans.)

খ দেওয়া আছে, প্রথম রাশি = 0

$\therefore x^2 - 2x + 1 = 0$ বা, $x^2 + 1 = 2x$

বা, $\frac{x^2 + 1}{x} = 2$ $\therefore x + \frac{1}{x} = 2$

বামপক্ষ $= x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2.x.\frac{1}{x}$

$= 2^2 - 2 = 4 - 2 = 2$

ডানপক্ষ $= x^4 + \frac{1}{x^4} = (x^2)^2 + \left(\frac{1}{x^2}\right)^2$

$= \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 2.x^2.\frac{1}{x^2} = 2^2 - 2 = 4 - 2 = 2$

$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = x^4 + \frac{1}{x^4}$ (প্রমাণিত)

গ দ্বিতীয় রাশির মান শূন্য হলে পাই,

$3p + 5q - r = 0$ বা, $3p + 5q = r$

বামপক্ষ $= 27p^3 + 125q^3 + 45pqr$

$= (3p)^3 + (5q)^3 + 45pqr$

$= (3p + 5q)^3 - 3.3p.5q(3p + 5q) + 45pqr$

$= (r)^3 - 45pq.r + 45pqr$ [মান বসিয়ে]

$= r^3 - 45pqr + 45pqr = r^3$

= ডানপক্ষ

$\therefore 27p^3 + 125q^3 + 45pqr = r^3$ (প্রমাণিত)

★ প্রশ্ন ▶ ১৩ শিখনফলভিত্তিক অনন্য প্রশ্ন-৩

$m = x^2 - x$ এবং $n = p^2 + q^2$ দুইটি বীজগণিতীয় রাশি।

◀ শিখনফল ১, ২ ও ৩

ক. $x^4 + x^2 + 1$ রাশিকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করো। ২

খ. $m^2 + 2m - 63$ রাশির মান শূন্য হলে দেখাও যে, $x + \frac{9}{x} = 1$ অথবা, $x - \frac{7}{x} = 1$ ৪

গ. $p + q$ এর মান কত হলে $n^2 + 13n - 48$ রাশিটির মান শূন্য হবে যখন $pq = 1$? ৪

১৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $x^4 + x^2 + 1 = (x^2)^2 + 2.x^2 + 1 - x^2$

$= (x^2 + 1)^2 - (x)^2$

$= (x^2 + 1 + x)(x^2 + 1 - x)$

$= (x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)$ (Ans.)

খ প্রদত্ত রাশি $= m^2 + 2m - 63$

$= m^2 + 9m - 7m - 63$

$= m(m + 9) - 7(m + 9)$

$= (m + 9)(m - 7)$

$= (x^2 - x + 9)(x^2 - x - 7)$ [মান বসিয়ে]

রাশিটির মান শূন্য হলে, $x^2 - x + 9 = 0$

বা, $x^2 + 9 = x$ বা, $\frac{x^2}{x} + \frac{9}{x} = 1$

$\therefore x + \frac{9}{x} = 1$ (দেখানো হলো)

অথবা, $x^2 - x - 7 = 0$

বা, $x^2 - 7 = x$ বা, $\frac{x^2}{x} - \frac{7}{x} = 1$

$\therefore x - \frac{7}{x} = 1$ (দেখানো হলো)

গ প্রদত্ত রাশি $= n^2 + 13n - 48$

$= n^2 + 16n - 3n - 48$

$= n(n + 16) - 3(n + 16)$

$= (n + 16)(n - 3)$

$= (p^2 + q^2 + 16)(p^2 + q^2 - 3)$ [মান বসিয়ে]

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

রাশিটির মান শূন্য হলে, $(p^2+q^2+16)(p^2+q^2-3)=0$

বা, $p^2+q^2-3=0$ [$\because p^2+q^2\neq-16$]

বা, $p^2+q^2=3$

বা, $(p+q)^2-2pq=3$

বা, $(p+q)^2=3+2pq$

বা, $(p+q)^2=3+2$ [$\because pq=1$]

বা, $(p+q)^2=5$

$\therefore p+q=\sqrt{5}$

$\therefore p+q=\sqrt{5}$ হলে, রাশিটির মান শূন্য হবে। (Ans.)

★ প্রশ্ন ▸ ১৪ | শিখনফলভিত্তিক অনন্য প্রশ্ন-৪

$x^2-\sqrt{3}x+1=0,\ p^2=7+4\sqrt{3}$ ◂শিখনফল ১, ২ ও ৩

ক. $x^3-8(x-y)^3$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করো। ২

খ. দেখাও যে, $x^3+\frac{1}{x^3}=0$ ৪

গ. $p^5-\frac{1}{p^5}$ এর মান নির্ণয় করো। ৪

১৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত রাশি $=x^3-8(x-y)^3$

$=x^3-\{2(x-y)\}^3$

$=\{x-2(x-y)\}\ [x^2+2x(x-y)+\{2(x-y)\}^2]$

$=(x-2x+2y)\ \{x^2+2x^2-2xy+4(x^2-2xy+y^2)\}$

$=(2y-x)(3x^2-2xy+4x^2-8xy+4y^2)$

$=(2y-x)(7x^2+4y^2-10xy)$ (Ans.)

খ দেওয়া আছে, $x^2-\sqrt{3}x+1=0$

বা, $x^2+1=\sqrt{3}x$ বা, $\frac{x^2+1}{x}=\frac{\sqrt{3}x}{x}$ $\therefore x+\frac{1}{x}=\sqrt{3}$

এখন, বামপক্ষ $=x^3+\frac{1}{x^3}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^3-3.x.\frac{1}{x}\left(x+\frac{1}{x}\right)$

$=(\sqrt{3})^3-3.\sqrt{3}=3\sqrt{3}-3\sqrt{3}$

$=0=$ ডানপক্ষ

$\therefore x^3+\frac{1}{x^3}=0$ (দেখানো হলো)

গ দেওয়া আছে, $p^2=7+4\sqrt{3}$

বা, $\frac{1}{p^2}=\frac{1}{7+4\sqrt{3}}=\frac{7-4\sqrt{3}}{(7+4\sqrt{3})(7-4\sqrt{3})}$

বা, $\frac{1}{p^2}=\frac{7-4\sqrt{3}}{7^2-(4\sqrt{3})^2}=\frac{7-4\sqrt{3}}{49-48}$

$\therefore \frac{1}{p^2}=7-4\sqrt{3}$

$\therefore p^2+\frac{1}{p^2}=7+4\sqrt{3}+7-4\sqrt{3}=14$

বা, $\left(p-\frac{1}{p}\right)^2+2.p.\frac{1}{p}=14$ বা, $\left(p-\frac{1}{p}\right)^2=14-2=12$

$\therefore p-\frac{1}{p}=2\sqrt{3}$

এখন, $p^3-\frac{1}{p^3}=\left(p-\frac{1}{p}\right)^3+3.p.\frac{1}{p}\left(p-\frac{1}{p}\right)$

$=(2\sqrt{3})^3+3.2\sqrt{3}=24\sqrt{3}+6\sqrt{3}=30\sqrt{3}$

$\therefore \left(p^2+\frac{1}{p^2}\right)\left(p^3-\frac{1}{p^3}\right)=\left(p^5-\frac{1}{p^5}\right)+\left(p-\frac{1}{p}\right)$

বা, $14\times30\sqrt{3}=p^5-\frac{1}{p^5}+2\sqrt{3}$

বা, $p^5-\frac{1}{p^5}=420\sqrt{3}-2\sqrt{3}$

$\therefore p^5-\frac{1}{p^5}=418\sqrt{3}$ (Ans.)

প্রশ্নব্যাংক

★★ প্রশ্ন ▸ ১৫ | শিখনফলভিত্তিক অনন্য প্রশ্ন-৫

$x^2+3x+2,\ x^2-1$ এবং x^2-2x-3 তিনটি বীজগাণিতিক রাশি। ◂শিখনফল ১, ২ ও ৪

ক. তৃতীয় রাশিটির বর্গ নির্ণয় করো। ২

খ. প্রদত্ত তিনটি রাশির ল.সা.গু. এবং গ.সা.গু নির্ণয় করো। ৪

গ. যদি দ্বিতীয় রাশি $=2x$ হয়, তবে $x^3+\frac{1}{x^3}$ এবং $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2$ এর মান নির্ণয় করো, যেখানে $x>0$। ৪

উত্তর: ক. $x^4-4x^3-2x^2+12x+9$; খ. ল.সা.গু. $=(x^2-1)(x+2)(x-3)$, গ.সা.গু $=(x+1)$; গ. $10\sqrt{2}$ এবং 8।

★★ প্রশ্ন ▸ ১৬ | শিখনফলভিত্তিক অনন্য প্রশ্ন-৬

$(x^2-ax)^2,\ x^3-a^2x,\ x^3(x^3-a^3)$ এবং x^2-6x+8 চারটি বীজগাণিতিক রাশি। ◂শিখনফল ১, ৩ ও ৪

ক. ২য় রাশির বর্গ নির্ণয় করো। ২

খ. ১ম, ২য় ও ৩য় রাশির ল.সা.গু. নির্ণয় করো। ৪

গ. ৪র্থ রাশিকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করো এবং দুইটি বর্গের অন্তররূপে প্রকাশ করো। ৪

উত্তর: ক. $x^6-2a^2x^4+a^4x^2$; খ. $x^3(x^2-a^2)(x^3-a^3)$; গ. $(x-4)(x-2),\ (x-3)^2-1^2$।

★ প্রশ্ন ▸ ১৭ | শিখনফলভিত্তিক অনন্য প্রশ্ন-৭

$a^2+b^2,\ 15a-20b,\ 9a^2-16b^2,\ 27a^3-64b^3$ চারটি বীজগণিতীয় রাশি। ◂শিখনফল ২ ও ৪

ক. ১ম রাশির ঘন নির্ণয় করো। ২

খ. ১ম রাশির মান p^2 হলে, প্রমাণ করো যে, $a^6+b^6-p^6+3a^2b^2p^2=0$. ৪

গ. ২য়, ৩য় ও ৪র্থ রাশির গ.সা.গু. নির্ণয় করো। ৪

উত্তর: ক. $a^6+3a^4b^2+3a^2b^4+b^6$; গ. $(3a-4b)$।

★ প্রশ্ন ▸ ১৮ | শিখনফলভিত্তিক অনন্য প্রশ্ন-৮

(i) $x^2+3x+2,\ 3x^2-3,\ x^2+x-2,\ x^3+1$

(ii) $2x(4a^2+12ab+9b^2),\ 4x^2(6a^2-ab-15b^2),\ 6x^3(2a^2+5ab+4a+6b+3b^2)$ ◂শিখনফল ২ ও ৪

ক. $2a+3b=c$ হলে প্রমাণ করো যে, $8a^3+27b^3+18abc=c^3$ ২

খ. (i) হতে ল.সা.গু. নির্ণয় করো। ৪

গ. (ii) হতে গ.সা.গু. নির্ণয় করো। ৪

উত্তর: খ. $3(x-1)(x+2)(x^3+1)$; গ. $2x(2a+3b)$।

★★ প্রশ্ন ▸ ১৯ | শিখনফলভিত্তিক অনন্য প্রশ্ন-৯

$x^2+\frac{1}{x^2}=7$ একটি বীজগণিতীয় সমীকরণ। ◂শিখনফল ১ ও ২

ক. $\left(x-\frac{1}{x}\right)^2$ এর মান নির্ণয় করো। ২

খ. $\frac{x^6-1}{x^3}$ এর মান কত? ৪

গ. $\left(x^2-\frac{1}{x^2}\right)^2$ এর মান বের করো। ৪

উত্তর: ক. 5; খ. $8\sqrt{5}$; গ. 45।

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

পঞ্চম অধ্যায় — বীজগণিতীয় ভগ্নাংশ

★★ প্রশ্ন ▸১ JSC চ. বো. ২০১৯

$M = p^2 - pq + q^2$, $N = p^2 + pq + q^2$,
$R = p^4 + p^2q^2 + q^4$ এবং $S = p^6 - q^6$ ◂শিখনফল ১

ক. $\frac{a^2+4a-21}{a^2+5a-14}$ এর লঘিষ্ঠ মান নির্ণয় করো। ২

খ. উদ্দীপকের আলোকে সরল করো: $\frac{1}{M} - \frac{1}{N} - \frac{2pq}{R}$ ৪

গ. উদ্দীপকের আলোকে $\left(\frac{1}{N} - \frac{1}{M}\right) \div \frac{p^2q^2}{S}$ এর মান নির্ণয় করো। ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত ভগ্নাংশ $= \frac{a^2+4a-21}{a^2+5a-14} = \frac{a^2+7a-3a-21}{a^2+7a-2a-14}$

$= \frac{a(a+7)-3(a+7)}{a(a+7)-2(a+7)}$

$= \frac{(a+7)(a-3)}{(a+7)(a-2)} = \frac{a-3}{a-2}$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $M = p^2 - pq + q^2$

$N = p^2 + pq + q^2$

$R = p^4 + p^2q^2 + q^4$

প্রদত্ত রাশি $= \frac{1}{M} - \frac{1}{N} - \frac{2pq}{R}$

$= \frac{1}{p^2-pq+q^2} - \frac{1}{p^2+pq+q^2} - \frac{2pq}{R}$

$= \frac{p^2+pq+q^2-p^2+pq-q^2}{(p^2-pq+q^2)(p^2+pq+q^2)} - \frac{2pq}{R}$

$= \frac{2pq}{(p^2+q^2+pq)(p^2+q^2-pq)} - \frac{2pq}{R}$

$= \frac{2pq}{(p^2+q^2)^2-(pq)^2} - \frac{2pq}{R}$

$= \frac{2pq}{p^4+q^4+2p^2q^2-p^2q^2} - \frac{2pq}{R}$

$= \frac{2pq}{p^4+q^4+p^2q^2} - \frac{2pq}{p^4+q^4+p^2q^2}$ [R এর মান বসিয়ে]

$= 0$ **(Ans.)**

গ উদ্দীপক অনুসারে, $\frac{1}{N} - \frac{1}{M} = \frac{1}{p^2+pq+q^2} - \frac{1}{p^2-pq+q^2}$

$= \frac{p^2-pq+q^2-p^2-pq-q^2}{(p^2+q^2+pq)(p^2+q^2-pq)}$

$= \frac{-2pq}{(p^2+q^2)^2-(pq)^2}$

$= \frac{-2pq}{p^4+q^4+2p^2q^2-p^2q^2} = \frac{-2pq}{p^4+q^4+p^2q^2}$

আবার, $S = p^6 - q^6 = (p^2)^3 - (q^2)^3$

$= (p^2-q^2)\{(p^2)^2 + p^2q^2 + (q^2)^2\}$

$= (p^2-q^2)(p^4+p^2q^2+q^4)$

এখন, প্রদত্ত রাশি $= \left(\frac{1}{N} - \frac{1}{M}\right) \div \frac{p^2q^2}{S}$

$= \left(\frac{1}{N} - \frac{1}{M}\right) \times \frac{S}{p^2q^2}$

$= \frac{-2pq}{p^4+q^4+p^2q^2} \times \frac{(p^2-q^2)\times(p^4+q^4+p^2q^2)}{p^2q^2}$

$= \frac{-2(p^2-q^2)}{pq}$ **(Ans.)**

★★ প্রশ্ন ▸২ JSC রা. বো. ২০১৯

$A = \frac{xy}{x^4+x^2y^2+y^4}$, $B = \frac{1}{x^2+xy+y^2}$, $C = 3x^2+2x-8$,
$D = x^2 - 4$ এবং $E = x^2+5x-14$ পাঁচটি বীজগাণিতিক রাশি। ◂শিখনফল ১

ক. $\frac{x^3+y^3}{x^4-y^4}$ কে $\frac{(x+y)^3-3xy(x+y)}{x^2+y^2}$ দ্বারা ভাগ করো। ২

খ. সরল করো: $(A+B)\times\frac{x^2-xy+y^2}{-x^2-y^2}$ ৪

গ. $\frac{1}{C}, \frac{1}{D}, \frac{1}{E}$ কে সমহর বিশিষ্ট ভগ্নাংশে প্রকাশ করো। ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক নির্ণেয় ভাগফল $= \frac{x^3+y^3}{x^4-y^4} \div \frac{(x+y)^3-3xy(x+y)}{x^2+y^2}$

$= \frac{x^3+y^3}{(x^2)^2-(y^2)^2} \div \frac{x^3+y^3}{x^2+y^2}$

$= \frac{x^3+y^3}{(x^2+y^2)(x^2-y^2)} \times \frac{x^2+y^2}{x^3+y^3}$

$= \frac{1}{x^2-y^2}$ **(Ans.)**

খ প্রদত্ত রাশি $= (A+B)\times\frac{x^2-xy+y^2}{-x^2-y^2}$

এখানে, $A = \frac{xy}{x^4+x^2y^2+y^4} = \frac{xy}{(x^2)^2+2x^2y^2+(y^2)^2-x^2y^2}$

$= \frac{xy}{(x^2+y^2)^2-(xy)^2} = \frac{xy}{(x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2)}$

∴ নির্ণেয় সরলমান $= (A+B)\times\frac{x^2-xy+y^2}{-x^2-y^2}$

$= \left\{\frac{xy}{(x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2)} + \frac{1}{x^2+xy+y^2}\right\}\times\frac{x^2-xy+y^2}{-(x^2+y^2)}$

$= \left\{\frac{xy+x^2-xy+y^2}{(x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2)}\right\}\times\frac{x^2-xy+y^2}{-(x^2+y^2)}$

$= \frac{x^2+y^2}{(x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2)}\times\frac{x^2-xy+y^2}{-(x^2+y^2)}$

$= -\frac{1}{x^2+xy+y^2}$ **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে, $C = 3x^2+2x-8$

$= 3x^2+6x-4x-8$

$= 3x(x+2)-4(x+2)$

$= (x+2)(3x-4)$

$D = x^2-4 = x^2-2^2 = (x+2)(x-2)$

$E = x^2+5x-14$

$= x^2+7x-2x-14$

$= x(x+7)-2(x+7)$

$= (x+7)(x-2)$

∴ C, D, E এর ল.সা.গু. $= (3x-4)(x-2)(x+2)(x+7)$

∴ $\frac{1}{C} = \frac{1}{(x+2)(3x-4)} = \frac{(x-2)(x+7)}{(3x-4)(x-2)(x+2)(x+7)}$

$\frac{1}{D} = \frac{1}{(x+2)(x-2)}$

$= \frac{(3x-4)(x+7)}{(3x-4)(x-2)(x+2)(x+7)}$

$\frac{1}{E} = \frac{1}{(x+7)(x-2)} = \frac{(3x-4)(x+2)}{(3x-4)(x-2)(x+2)(x+7)}$ **(Ans.)**

গণিত

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

★ প্রশ্ন▶৩ JSC ম. বো. ২০১৬

$A = 2x^2 + 3x - 2, B = x^2 - 2x - 8, C = 2x^2 + x - 3,$ $D = 2x^2 + 7x + 6$ এবং $E = 2x^2 - 3x - 9$ পাঁচটি বীজগাণিতিক রাশি। ◀শিখনফল১

ক. যোগফল নির্ণয় করো: $\frac{1}{a^2-2} + \frac{1}{a^4-4}$ ২

খ. $\frac{1}{C} + \frac{1}{E}$ কে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ করো। ৪

গ. $\frac{1}{A}, \frac{1}{B}, \frac{1}{D}$ কে সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশে প্রকাশ করো। ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত রাশি $= \frac{1}{a^2-2} + \frac{1}{a^4-4}$

$= \frac{1}{a^2-2} + \frac{1}{(a^2+2)(a^2-2)}$

$= \frac{a^2+2+1}{(a^2+2)(a^2-2)} = \frac{a^2+3}{a^4-4}$ (Ans.)

খ দেওয়া আছে, $C = 2x^2 + x - 3$ এবং $E = 2x^2 - 3x - 9$

∴ প্রদত্ত রাশি $= \frac{1}{C} + \frac{1}{E} = \frac{1}{2x^2+x-3} + \frac{1}{2x^2-3x-9}$

$= \frac{1}{2x^2+3x-2x-3} + \frac{1}{2x^2-6x+3x-9}$

$= \frac{1}{x(2x+3)-1(2x+3)} + \frac{1}{2x(x-3)+3(x-3)}$

$= \frac{1}{(2x+3)(x-1)} + \frac{1}{(x-3)(2x+3)}$

$= \frac{x-3+x-1}{(2x+3)(x-1)(x-3)}$

$= \frac{2x-4}{(2x+3)(x-1)(x-3)}$

$= \frac{2(x-2)}{(x-1)(x-3)(2x+3)}$ (Ans.)

গ দেওয়া আছে, $A = 2x^2 + 3x - 2 = 2x^2 + 4x - x - 2$

$= 2x(x+2) - 1(x+2)$

$= (x+2)(2x-1)$

$B = x^2 - 2x - 8 = x^2 - 4x + 2x - 8$

$= x(x-4) + 2(x-4) = (x-4)(x+2)$

$D = 2x^2 + 7x + 6 = 2x^2 + 4x + 3x + 6$

$= 2x(x+2) + 3(x+2)$

$= (x+2)(2x+3)$

A, B, ও D এর ল.সা.গু. $= (x+2)(2x-1)(x-4)(2x+3)$

$\frac{1}{A} = \frac{1}{(x+2)(2x-1)} \times \frac{(x-4)(2x+3)}{(x-4)(2x+3)}$

$= \frac{(x-4)(2x+3)}{(x+2)(2x-1)(x-4)(2x+3)}$ (Ans.)

$\frac{1}{B} = \frac{1}{(x-4)(x+2)} \times \frac{(2x-1)(2x+3)}{(2x-1)(2x+3)}$

$= \frac{(2x-1)(2x+3)}{(x+2)(2x-1)(x-4)(2x+3)}$ (Ans.)

$\frac{1}{D} = \frac{1}{(x+2)(2x+3)} \times \frac{(2x-1)(x-4)}{(2x-1)(x-4)}$

$= \frac{(2x-1)(x-4)}{(x+2)(2x-1)(x-4)(2x+3)}$ (Ans.)

★ প্রশ্ন▶৪ JSC দি. বো. ২০১৬

$A = \frac{(x-y)^2 + 4xy}{a^3 - b^3 - 3ab(a-b)}, B = \frac{x^3 + y^3 + 3xy(x+y)}{(a+b)^2 - 4ab},$

$C = \frac{2x}{x^2+6x+5}$ এবং $D = \frac{2y}{x^3+125}$ চারটি বীজগাণিতিক রাশি। ◀শিখনফল১

ক. $\left(1+\frac{2}{x}\right)$ কে $\left(1-\frac{4}{x^2}\right)$ দ্বারা ভাগ করো। ২

খ. সরল করো: $A \div B \times \frac{ab-b^2}{xy-y^2}$। ৪

গ. C ও D কে সমহরবিশিষ্ট ভগ্নাংশে প্রকাশ করো। ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত রাশি $= \left(1+\frac{2}{x}\right) \div \left(1-\frac{4}{x^2}\right) = \frac{1+\frac{2}{x}}{1^2-\left(\frac{2}{x}\right)^2} = \frac{1+\frac{2}{x}}{\left(1+\frac{2}{x}\right)\left(1-\frac{2}{x}\right)}$

$= \frac{1}{1-\frac{2}{x}} = \frac{1}{\frac{x-2}{x}} = \frac{x}{x-2}$ (Ans.)

খ প্রদত্ত রাশি $= A \div B \times \frac{ab-b^2}{xy-y^2}$

$= \frac{(x-y)^2+4xy}{a^3-b^3-3ab(a-b)} \div \frac{x^3+y^3+3xy(x+y)}{(a+b)^2-4ab} \times \frac{ab-b^2}{xy-y^2}$

$= \frac{(x+y)^2}{(a-b)^3} \div \frac{(x+y)^3}{(a-b)^2} \times \frac{ab-b^2}{xy-y^2}$

$= \frac{(x+y)^2}{(a-b)^3} \times \frac{(a-b)^2}{(x+y)^3} \times \frac{b(a-b)}{y(x-y)}$

$= \frac{b}{y(x+y)(x-y)}$

$= \frac{b}{y(x^2-y^2)}$ (Ans.)

গ দেওয়া আছে, $C = \frac{2x}{x^2+6x+5} = \frac{2x}{x^2+5x+x+5}$

$= \frac{2x}{x(x+5)+1(x+5)} = \frac{2x}{(x+5)(x+1)}$

এবং $D = \frac{2y}{x^3+125} = \frac{2y}{x^3+5^3} = \frac{2y}{(x+5)(x^2-x.5+5^2)}$

$= \frac{2y}{(x+5)(x^2-5x+25)}$

C ভগ্নাংশের হর $= (x+5)(x+1)$

D ভগ্নাংশের হর $= (x+5)(x^2-5x+25)$

∴ হরগুলোর ল.সা.গু. $= (x+1)(x+5)(x^2-5x+25)$

এখন, $\frac{(x+1)(x+5)(x^2-5x+25)}{(x+1)(x+5)} = x^2-5x+25$

∴ $C = \frac{2x}{(x+1)(x+5)} = \frac{2x}{(x+1)(x+5)} \times \frac{x^2-5x+25}{x^2-5x+25}$

$= \frac{2x(x^2-5x+25)}{(x+1)(x+5)(x^2-5x+25)}$

আবার, $\frac{(x+1)(x+5)(x^2-5x+25)}{(x+5)(x^2-5x+25)} = x+1$

∴ $D = \frac{2y}{(x+5)(x^2-5x+25)} \times \frac{x+1}{x+1}$

$= \frac{2y(x+1)}{(x+1)(x+5)(x^2-5x+25)}$

∴ C ও D-এর সমহরবিশিষ্ট ভগ্নাংশ হলো

$\frac{2x(x^2-5x+25)}{(x+1)(x+5)(x^2-5x+25)}, \frac{2y(x+1)}{(x+1)(x+5)(x^2-5x+25)}$ (Ans.)

গণিত

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

★★ প্রশ্ন ▸ ৫ JSC কু. বো. ২০১৮

$A = \frac{3x}{x^2+3x-4}$, $B = \frac{2x}{x^2-1} + \frac{x}{x^2+5x+4}$, $C = 3a^2 + a - 10$, $D = a^3 + 8$ এবং $E = 2a^2 + 9a + 10$ পাঁচটি বীজগাণিতিক রাশি। ◂ দিবনকম ১

ক. $\frac{x^3-1}{x^3+x^2+x}$ কে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ করো। ২

খ. সরল করো: A + B. ৪

গ. $\frac{1}{C}, \frac{1}{D}, \frac{1}{E}$ কে সমহরবিশিষ্ট ভগ্নাংশে প্রকাশ করো। ৪

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $\frac{x^3-1}{x^3+x^2+x} = \frac{(x-1)(x^2+x+1)}{x(x^2+x+1)} = \frac{x-1}{x}$ (Ans.)

খ দেওয়া আছে, $A = \frac{3x}{x^2+3x-4}$

$B = \frac{2x}{x^2-1} + \frac{x}{x^2+5x+4}$

$\therefore A + B = \frac{3x}{x^2+3x-4} + \frac{2x}{x^2-1} + \frac{x}{x^2+5x+4}$

$= \frac{3x}{x^2+4x-x-4} + \frac{2x}{(x+1)(x-1)} + \frac{x}{x^2+4x+x+4}$

$= \frac{3x}{x(x+4)-1(x+4)} + \frac{2x}{(x+1)(x-1)} + \frac{x}{x(x+4)+1(x+4)}$

$= \frac{3x}{(x+4)(x-1)} + \frac{2x}{(x+1)(x-1)} + \frac{x}{(x+4)(x+1)}$

$= \frac{3x(x+1)+2x(x+4)+x(x-1)}{(x+4)(x-1)(x+1)}$

$= \frac{3x^2+3x+2x^2+8x+x^2-x}{(x+4)(x-1)(x+1)}$

$= \frac{6x^2+10x}{(x+4)(x-1)(x+1)} = \frac{2x(3x+5)}{(x+4)(x-1)(x+1)}$ (Ans.)

গ দেওয়া আছে, $C = 3a^2 + a - 10$

$D = a^3 + 8$

$E = 2a^2 + 9a + 10$

অতএব, $\frac{1}{C}, \frac{1}{D}, \frac{1}{E}$ ভগ্নাংশরূপে

$\frac{1}{3a^2+a-10}, \frac{1}{a^3+8}, \frac{1}{2a^2+9a+10}$

এখানে, ১ম ভগ্নাংশের হর $= 3a^2 + a - 10$

$= 3a^2 + 6a - 5a - 10$

$= 3a(a+2) - 5(a+2)$

$= (a+2)(3a-5)$

২য় ভগ্নাংশের হর $= a^3 + 8 = a^3 + 2^3$

$= (a+2)(a^2 - a.2 + 2^2)$

$= (a+2)(a^2 - 2a + 4)$

৩য় ভগ্নাংশের হর $= 2a^2 + 9a + 10$

$= 2a^2 + 5a + 4a + 10$

$= a(2a+5) + 2(2a+5)$

$= (2a+5)(a+2)$

$\therefore$ হরগুলোর ল.সা.গু $= (a+2)(3a-5)(a^2-2a+4)(2a+5)$

এখন, $\frac{1}{C} = \frac{1}{(a+2)(3a-5)}$

$= \frac{(a^2-2a+4)(2a+5)}{(a+2)(3a-5)(a^2-2a+4)(2a+5)}$

$\frac{1}{D} = \frac{1}{(a+2)(a^2-2a+4)}$

$= \frac{(3a-5)(2a+5)}{(a+2)(3a-5)(a^2-2a+4)(2a+5)}$

$\frac{1}{E} = \frac{1}{(2a+5)(a+2)}$

$= \frac{(3a-5)(a^2-2a+4)}{(a+2)(3a-5)(a^2-2a+4)(2a+5)}$

$\therefore$ নির্ণেয় সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশসমূহ

$\frac{(a^2-2a+4)(2a+5)}{(a+2)(3a-5)(a^2-2a+4)(2a+5)}$,

$\frac{(3a-5)(2a+5)}{(a+2)(3a-5)(a^2-2a+4)(2a+5)}$;

$\frac{(3a-5)(a^2-2a+4)}{(a+2)(3a-5)(a^2-2a+4)(2a+5)}$ (Ans.)

★★ প্রশ্ন ▸ ৬ JSC ঢা. বো. ২০১৭

$A = x^2 - 5x + 6$, $B = x^2 - 9$, $C = x^2 + 4x + 3$ ◂ দিবনকম ১

ক. $\frac{C}{x^2+x}$ কে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ করো। ২

খ. সরল করো: $\frac{1}{A} + \frac{1}{B}$ ৪

গ. $\frac{1}{A}, \frac{1}{B}, \frac{1}{C}$ কে সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশে প্রকাশ করো। ৪

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $C = x^2 + 4x + 3$

এখন, $\frac{C}{x^2+x} = \frac{x^2+4x+3}{x(x+1)} = \frac{x^2+3x+x+3}{x(x+1)}$

$= \frac{x(x+3)+1(x+3)}{x(x+1)}$

$= \frac{(x+3)(x+1)}{x(x+1)} = \frac{x+3}{x}$ (Ans.)

খ দেওয়া আছে, $A = x^2 - 5x + 6$

$B = x^2 - 9$

$\therefore \frac{1}{A} + \frac{1}{B} = \frac{1}{x^2-5x+6} + \frac{1}{x^2-9}$

$= \frac{1}{x^2-3x-2x+6} + \frac{1}{x^2-(3)^2}$

$= \frac{1}{x(x-3)-2(x-3)} + \frac{1}{(x+3)(x-3)}$

$= \frac{1}{(x-3)(x-2)} + \frac{1}{(x+3)(x-3)}$

$= \frac{x+3+x-2}{(x+3)(x-3)(x-2)}$

$= \frac{2x+1}{(x+3)(x-3)(x-2)} = \frac{2x+1}{(x^2-9)(x-2)}$ (Ans.)

গ দেওয়া আছে, $A = x^2 - 5x + 6$

$B = x^2 - 9$

$C = x^2 + 4x + 3$

অতএব, $\frac{1}{A}, \frac{1}{B}, \frac{1}{C}$ ভগ্নাংশগুলো $\frac{1}{x^2-5x+6}, \frac{1}{x^2-9}, \frac{1}{x^2+4x+3}$

এখানে, ১ম ভগ্নাংশের হর $= x^2 - 5x + 6 = x^2 - 3x - 2x + 6$

$= (x-3)(x-2)$

২য় ভগ্নাংশের হর $= x^2 - 9 = (x+3)(x-3)$

৩য় ভগ্নাংশের হর $= x^2 + 4x + 3 = x^2 + 3x + x + 3$

$= (x+3)(x+1)$

$\therefore$ হরগুলোর ল.সা.গু $= (x+3)(x-3)(x-2)(x+1)$

এখন, $\frac{1}{A} = \frac{1}{(x-3)(x-2)} = \frac{(x+3)(x+1)}{(x+3)(x-3)(x-2)(x+1)}$

$\frac{1}{B} = \frac{1}{(x+3)(x-3)} = \frac{(x-2)(x+1)}{(x+3)(x-3)(x-2)(x+1)}$

গণিত

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

$\frac{1}{C} = \frac{1}{(x+3)(x+1)} = \frac{(x-3)(x-2)}{(x+3)(x-3)(x-2)(x+1)}$

∴ নির্ণেয় সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশসমূহ

$\frac{(x+3)(x+1)}{(x+3)(x-3)(x-2)(x+1)}, \frac{(x-2)(x+1)}{(x+3)(x-3)(x-2)(x+1)},$

$\frac{(x-3)(x-2)}{(x+3)(x-3)(x-2)(x+1)}$ **(Ans.)**

★★ প্রশ্ন ▶ ৭ ভিকারুননিসা নূন স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা

$A = 2x - 3y, B = 2x + 3y, C = 4x^2 - 9y^2$ ◀ *শিখনফল ১*

ক. $\frac{2}{a-b}$ থেকে কত বিয়োগ করলে বিয়োগফল $\frac{ab}{a^2-b^2}$ হবে নির্ণয় করো। ২

খ. উদ্দীপকের তথ্য ব্যবহার করে $\frac{x}{A} - \frac{x}{B} + \frac{2x^2 - 9xy}{C}$ কে সরল করো। ৪

গ. উদ্দীপকের তথ্য ব্যবহার করে $\frac{1}{Ax}$, $\frac{1}{By}$ এবং $\frac{xy}{C}$ কে সমহরবিশিষ্ট ভগ্নাংশে প্রকাশ করো। ৪

৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ধরি, $\frac{2}{a-b}$ থেকে x বিয়োগ করলে বিয়োগফল $\frac{ab}{a^2-b^2}$ হবে

প্রশ্নমতে, $\frac{2}{a-b} - x = \frac{ab}{a^2-b^2}$

বা, $\frac{2}{a-b} - \frac{ab}{(a+b)(a-b)} = x$

বা, $x = \frac{2(a+b) - ab}{(a-b)(a+b)}$

$\therefore x = \frac{2a + 2b - ab}{a^2 - b^2}$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $A = 2x - 3y, B = 2x + 3y$ এবং $C = 4x^2 - 9y^2$

প্রদত্ত রাশি $= \frac{x}{A} - \frac{x}{B} + \frac{2x^2 - 9xy}{C}$

$= \frac{x}{2x-3y} - \frac{x}{2x+3y} + \frac{2x^2-9xy}{4x^2-9y^2}$

$= \frac{x}{2x-3y} - \frac{x}{2x+3y} + \frac{2x^2-9xy}{(2x+3y)(2x-3y)}$

$= \frac{x(2x+3y) - x(2x-3y) + 2x^2 - 9xy}{(2x+3y)(2x-3y)}$

$= \frac{2x^2 + 3xy - 2x^2 + 3xy + 2x^2 - 9xy}{(2x+3y)(2x-3y)}$

$= \frac{2x^2 - 3xy}{(2x+3y)(2x-3y)}$

$= \frac{x(2x-3y)}{(2x+3y)(2x-3y)}$

$= \frac{x}{2x+3y}$ **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে, $A = 2x - 3y, B = 2x + 3y$ এবং $C = 4x^2 - 9y^2$

ভগ্নাংশগুলোর হর Ax, By এবং C

এখানে, $x(2x - 3y), y(2x + 3y)$ এবং $4x^2 - 9y^2$

বা, $(2x + 3y)(2x - 3y)$ এর ল.সা.গু $= xy(2x - 3y)(2x + 3y)$

প্রথম ভগ্নাংশের ক্ষেত্রে,

$\frac{1}{Ax} = \frac{1}{x(2x-3y)} = \frac{y(2x+3y)}{xy(2x+3y)(2x-3y)}$ **(Ans.)**

$[\because \{xy(2x-3y)(2x+3y)\} \div x(2x-3y) = y(2x+3y)]$

দ্বিতীয় ভগ্নাংশের ক্ষেত্রে,

$\frac{1}{By} = \frac{1}{y(2x+3y)} = \frac{x(2x-3y)}{xy(2x+3y)(2x-3y)}$ **(Ans.)**

$[\because \{xy(2x+3y)(2x-3y)\} \div y(2x+3y) = x(2x-3y)]$

তৃতীয় ভগ্নাংশের ক্ষেত্রে,

$\frac{xy}{C} = \frac{xy}{4x^2-9y^2} = \frac{xy}{(2x+3y)(2x-3y)}$

$= \frac{x^2y^2}{xy(2x+3y)(2x-3y)}$ **(Ans.)**

$[\because \{xy(2x+3y)(2x-3y)\} \div (2x+3y)(2x-3y) = xy]$

★★ প্রশ্ন ▶ ৮ নেত্রকোণা সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়

$P = \frac{a^2-5a-14}{a^2-4a-21}, Q = \frac{a+2}{a^2+7a+12}, R = \frac{8a}{2(a^2-9)}$ তিনটি বীজগাণিতিক ভগ্নাংশ। ◀ *শিখনফল ১*

ক. $\frac{1}{x-1}$ হতে $\frac{2x}{x-1}$ এর বিয়োগফল নির্ণয় করো। ২

খ. $P \div Q \times R = ?$ ৪

গ. P, Q, R কে সমহর বিশিষ্ট ভগ্নাংশে প্রকাশ করো। ৪

৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত রাশি $= \frac{1}{x-1} - \frac{2x}{x-1} = \frac{1-2x}{x-1}$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $R = \frac{8a}{2(a^2-9)} = \frac{4a}{a^2-9}$

প্রদত্ত রাশি $= P \div Q \times R$

$= \frac{a^2-5a-14}{a^2-4a-21} \div \frac{a+2}{a^2+7a+12} \times \frac{4a}{a^2-9}$

$= \frac{a^2-7a+2a-14}{a^2-7a+3a-21} \div \frac{a+2}{a^2+4a+3a+12} \times \frac{4a}{a^2-3^2}$

$= \frac{a(a-7)+2(a-7)}{a(a-7)+3(a-7)} \div \frac{a+2}{a(a+4)+3(a+4)} \times \frac{4a}{(a+3)(a-3)}$

$= \frac{(a-7)(a+2)}{(a-7)(a+3)} \div \frac{a+2}{(a+4)(a+3)} \times \frac{4a}{(a+3)(a-3)}$

$= \frac{a+2}{a+3} \times \frac{(a+4)(a+3)}{a+2} \times \frac{4a}{(a+3)(a-3)}$

$= \frac{4a(a+4)}{(a+3)(a-3)} = \frac{4a(a+4)}{a^2-9}$ **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে, $R = \frac{8a}{2(a^2-9)} = \frac{4a}{a^2-9}$

P এর হর $= a^2 - 4a - 21 = (a-7)(a+3)$ ['খ' হতে প্রাপ্ত]

Q এর হর $= a^2 + 7a + 12 = (a+4)(a+3)$ ['খ' হতে প্রাপ্ত]

এবং R এর হর $= a^2 - 9 = (a+3)(a-3)$

∴ হরগুলোর ল.সা.গু. $= (a-7)(a-3)(a+3)(a+4)$

এখন, $\frac{(a-7)(a-3)(a+3)(a+4)}{(a-7)(a+3)} = (a-3)(a+4)$

অতএব $P = \frac{a^2-5a-14}{a^2-4a-21} = \frac{(a-7)(a+2)(a-3)(a+4)}{(a-7)(a+3)(a-3)(a+4)}$ **(Ans.)**

আবার, $\frac{(a-7)(a-3)(a+3)(a+4)}{(a+4)(a+3)} = (a-7)(a-3)$

অতএব $Q = \frac{a+2}{a^2+7a+12} = \frac{(a+2)(a-7)(a-3)}{(a-7)(a+3)(a-3)(a+4)}$ **(Ans.)**

আবার, $\frac{(a-7)(a-3)(a+3)(a+4)}{(a+3)(a-3)} = (a-7)(a+4)$

অতএব $R = \frac{4a}{a^2-9} = \frac{4a(a-7)(a+4)}{(a-7)(a+3)(a-3)(a+4)}$ **(Ans.)**

গণিত

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

★ প্রশ্ন ▶ ৯ *বগুড়া জিলা স্কুল*

$A = x - 2$, $B = x^2 + 2x + 4$ এবং $C = x^3 + 8$ ◀ শিখনফল ১

ক. B^2 এর মান নির্ণয় করো। ২

খ. B, C ও $x^2 - 4$ এর ল.সা.গু নির্ণয় করো। ৪

গ. $\frac{1}{A} - \frac{A}{B} + \frac{6x}{C}$ এর সরল মান নির্ণয় করো। ৪

৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $B = x^2 + 2x + 4$

$\therefore B^2 = (x^2 + 2x + 4)^2$
$= (x^2 + 2x)^2 + 2(x^2 + 2x).4 + (4)^2$
$= (x^2)^2 + 2.x^2.2x + (2x)^2 + 8x^2 + 16x + 16$
$= x^4 + 4x^3 + 4x^2 + 8x^2 + 16x + 16$
$= x^4 + 4x^3 + 12x^2 + 16x + 16$ (Ans.)

খ $B = x^2 + 2x + 4$

$C = x^3 + 8 = x^3 + (2)^3 = (x + 2)(x^2 - 2x + 4)$

৩য় রাশি $= x^2 - 4 = x^2 - (2)^2 = (x + 2)(x - 2)$

$\therefore$ রাশিগুলোর ল.সা.গু. $= (x + 2)(x - 2)(x^2 + 2x + 4)(x^2 - 2x + 4)$
$= (x + 2)(x^2 - 2x + 4)(x - 2)(x^2 + 2x + 4)$
$= \{x^3 + (2)^3\}\{x^3 - (2)^3\} = (x^3 + 8)(x^3 - 8)$
$= (x^3)^2 - (8)^2 = x^6 - 64$ (Ans.)

গ প্রদত্ত রাশি $= \frac{1}{A} - \frac{A}{B} + \frac{6x}{C}$

$= \frac{1}{x-2} - \frac{x-2}{x^2+2x+4} + \frac{6x}{x^3+8}$ [মান বসিয়ে]

$= \frac{x^2 + 2x + 4 - x^2 + 4x - 4}{(x-2)(x^2+2x+4)} + \frac{6x}{x^3+8}$

$= \frac{6x}{(x)^3 - (2)^3} + \frac{6x}{x^3+8} = \frac{6x}{x^3-8} + \frac{6x}{x^3+8}$

$= \frac{6x(x^3+8) + 6x(x^3-8)}{(x^3-8)(x^3+8)}$

$= \frac{6x^4 + 48x + 6x^4 - 48x}{(x^3+8)(x^3-8)}$

$= \frac{12x^4}{(x^3)^2 - (8)^2} = \frac{12x^4}{x^6 - 64}$ (Ans.)

★ প্রশ্ন ▶ ১০ *হরিমোহন সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, চাঁপাইনবাবগঞ্জ*

$A = x^2 - 2x - 3$, $B = x^2 - 9$, $C = x^2 + 4x + 3$ ◀ শিখনফল ১

ক. $\frac{B}{x+3}$ কে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ করো। ২

খ. সরল করো: $\frac{1}{A} + \frac{1}{C}$ ৪

গ. $\frac{1}{A} + \frac{1}{B} + \frac{1}{C} = 4$ হলে, দেখাও যে, $x = -5, -1$ ৪

১০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $B = x^2 - 9 = (x + 3)(x - 3)$

$\therefore \frac{B}{x+3} = \frac{(x+3)(x-3)}{x+3} = x - 3$ (Ans.)

খ প্রদত্ত রাশি $= \frac{1}{A} + \frac{1}{C}$

$= \frac{1}{x^2 - 2x - 3} + \frac{1}{x^2 + 4x + 3}$

$= \frac{1}{x^2 - 3x + x - 3} + \frac{1}{x^2 + x + 3x + 3}$

$= \frac{1}{x(x-3) + 1(x-3)} + \frac{1}{x(x+1) + 3(x+1)}$

$= \frac{1}{(x-3)(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x+3)}$

$= \frac{x + 3 + x - 3}{(x+1)(x+3)(x-3)} = \frac{2x}{(x+1)(x^2-9)}$ (Ans.)

গ দেওয়া আছে, $\frac{1}{A} + \frac{1}{B} + \frac{1}{C} = 4$

বা, $\frac{1}{(x-3)(x+1)} + \frac{1}{(x+3)(x-3)} + \frac{1}{(x+1)(x+3)} = 4$

['ক' ও 'খ' হতে মান বসিয়ে]

বা, $\frac{1}{(x-3)(x+1)} \times (x+3)(x-3) \times (x+1)(x+3) = 4$

বা, $(x + 3)^2 = 4$ বা, $x + 3 = \pm 2$ বা, $x = \pm 2 - 3$

(+) নিয়ে, $x = 2 - 3 = -1$

(−) নিয়ে, $x = -2 - 3 = -5$

$\therefore x = -5, -1$ (দেখানো হলো)

★★ প্রশ্ন ▶ ১১ *চট্টগ্রাম সিটি কর্পোরেশন আন্তঃবিদ্যালয়*

$A = \frac{x-y}{(y+z)(z+x)}$, $B = \frac{y-z}{(z+x)(x+y)}$ এবং

$C = \frac{z-x}{(x+y)(y+z)}$ ◀ শিখনফল ১

ক. $\frac{x^3y^2 - x^2y^3}{x^3y - xy^3}$ কে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ করো। ২

খ. A, B এবং C কে সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশে প্রকাশ করো। ৪

গ. দেখাও যে, $A + B + C = 0$ ৪

১১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত রাশি $= \frac{x^3y^2 - x^2y^3}{x^3y - xy^3} = \frac{x^2y^2(x-y)}{xy(x^2-y^2)}$

$= \frac{x^2y^2(x-y)}{xy(x+y)(x-y)} = \frac{xy}{x+y}$ (Ans.)

খ $A = \frac{x-y}{(y+z)(z+x)}$

$B = \frac{y-z}{(z+x)(x+y)}$

$C = \frac{z-x}{(x+y)(y+z)}$

ভগ্নাংশগুলির হরসমূহের ল.সা.গু. $= (x + y)(y + z)(z + x)$

$\therefore A = \frac{(x-y)}{(y+z)(z+x)} \times \frac{(x+y)}{(x+y)}$

$= \frac{x^2 - y^2}{(x+y)(y+z)(z+x)}$

$\therefore B = \frac{(y-z)}{(z+x)(x+y)} \times \frac{(y+z)}{(y+z)}$

$= \frac{y^2 - z^2}{(x+y)(y+z)(z+x)}$

$\therefore C = \frac{(z-x)}{(x+y)(y+z)} \times \frac{(z+x)}{(z+x)}$

$= \frac{z^2 - x^2}{(x+y)(y+z)(z+x)}$

$\therefore$ সমহর বিশিষ্ট ভগ্নাংশ তিনটি হবে, $\frac{x^2-y^2}{(x+y)(y+z)(z+x)}$, $\frac{y^2-z^2}{(x+y)(y+z)(z+x)}$, $\frac{z^2-x^2}{(x+y)(y+z)(z+x)}$ (Ans.)

গ প্রদত্ত রাশি $= A + B + C = \frac{x-y}{(y+z)(z+x)} + \frac{y-z}{(x+y)(z+x)} + \frac{z-x}{(x+y)(y+z)}$

$= \frac{x^2-y^2}{(x+y)(y+z)(z+x)} + \frac{y^2-z^2}{(x+y)(y+z)(z+x)} + \frac{z^2-x^2}{(x+y)(y+z)(z+x)}$ ['খ' হতে প্রাপ্ত]

$= \frac{x^2 - y^2 + y^2 - z^2 + z^2 - x^2}{(x+y)(y+z)(z+x)}$

$= \frac{0}{(x+y)(y+z)(z+x)} = 0$

$\therefore A + B + C = 0$ (দেখানো হলো)

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

★ প্রশ্ন ▶ ১২ কুমিল্লা জিলা স্কুল

$P = \frac{a^3 - b^3 - 3ab(a-b)}{(a+b)^2 - 4ab}$, $Q = \frac{(a-b)^2 + 4ab}{a^3 + b^3 + 3ab(a+b)}$ দুইটি বীজগণিতীয় ভগ্নাংশ। ◀ শিখনফল ১

ক. সরল করো: $\left(1 + \frac{2}{x}\right) \div \left(1 - \frac{4}{x^2}\right)$ ২

খ. সরল করো: $\frac{a}{a-b} \times (P + Q)$ ৪

গ. প্রমাণ করো যে, $\left(\frac{1}{P} - Q\right)(a^2 - b^2) = 2b$ ৪

১২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত রাশি $= \left(1 + \frac{2}{x}\right) \div \left(1 - \frac{4}{x^2}\right) = \frac{1 + \frac{2}{x}}{1^2 - \left(\frac{2}{x}\right)^2} = \frac{1 + \frac{2}{x}}{\left(1 + \frac{2}{x}\right)\left(1 - \frac{2}{x}\right)}$

$= \frac{1}{1 - \frac{2}{x}} = \frac{1}{\frac{x-2}{x}} = \frac{x}{x-2}$ (Ans.)

খ প্রদত্ত রাশি $= \frac{a}{a-b} \times (P \div Q)$

$= \frac{a}{a-b}\left\{\frac{a^3 - b^3 - 3ab(a-b)}{(a+b)^2 - 4ab} \div \frac{(a-b)^2 + 4ab}{a^3 + b^3 + 3ab(a+b)}\right\}$

$= \frac{a}{a-b}\left\{\frac{(a-b)^3}{(a-b)^2} \div \frac{(a+b)^2}{(a+b)^3}\right\}$

$= \frac{a}{a-b}\left\{(a-b) \div \frac{1}{(a+b)}\right\}$

$= \frac{a}{(a-b)}\{(a-b) \times (a+b)\} = a(a+b)$ (Ans.)

গ বামপক্ষ $= \left(\frac{1}{P} - Q\right)(a^2 - b^2)$

$= \left\{\frac{1}{\frac{a^3 - b^3 - 3ab(a-b)}{(a+b)^2 - 4ab}} - \frac{(a-b)^2 + 4ab}{a^3 + b^3 + 3ab(a+b)}\right\}(a^2 - b^2)$

$= \left\{\frac{(a+b)^2 - 4ab}{a^3 - b^3 - 3ab(a-b)} - \frac{(a-b)^2 + 4ab}{a^3 + b^3 + 3ab(a+b)}\right\}(a^2 - b^2)$

$= \left\{\frac{(a-b)^2}{(a-b)^3} - \frac{(a+b)^2}{(a+b)^3}\right\}(a^2 - b^2)$

$= \left\{\frac{1}{a-b} - \frac{1}{a+b}\right\}(a^2 - b^2)$

$= \frac{a^2 - b^2}{a-b} - \frac{a^2 - b^2}{a+b} = \frac{(a+b)(a-b)}{(a-b)} - \frac{(a+b)(a-b)}{(a+b)}$

$= a + b - (a - b) = a + b - a + b = 2b =$ ডানপক্ষ

$\therefore \left(\frac{1}{P} - Q\right)(a^2 - b^2) = 2b$ (প্রমাণিত)

★★ প্রশ্ন ▶ ১৩ রাজউক উত্তরা মডেল কলেজ, ঢাকা

$P = x^2 + (2a+3)x + (a+1)(a+2)$, $Q = a^2 + b^2 - c^2 + 2ab$, $R = b^2 + c^2 - a^2 + 2bc$ এবং $S = c^2 + a^2 - b^2 + 2ca$ চারটি বীজগাণিতিক রাশি। ◀ অধ্যায় ৪ ও ৫ এর সমন্বয়ে

ক. P কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করো। ২

খ. Q, R, S এর গ.সা.গু. নির্ণয় করো। ৪

গ. $\frac{1}{2Q} + \frac{1}{2R} + \frac{1}{S}$ কে সরল করো। ৪

১৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $P = x^2 + (2a+3)x + (a+1)(a+2)$
$= x^2 + (a+1)x + (a+2)x + (a+1)(a+2)$
$= x(x+a+1) + (a+2)(x+a+1)$
$= (x+a+1)(x+a+2)$ (Ans.)

খ $Q = a^2 + b^2 - c^2 + 2ab$
$= (a+b)^2 - c^2$
$= (a+b+c)(a+b-c)$
$R = b^2 + c^2 - a^2 + 2bc$
$= (b+c)^2 - a^2$
$= (a+b+c)(b+c-a)$
$S = c^2 + a^2 - b^2 + 2ca$
$= (c+a)^2 - b^2$
$= (a+b+c)(c+a-b)$
$\therefore$ নির্ণেয় গ.সা.গু. $= a + b + c$ (Ans.)

গ প্রদত্ত রাশি $= \frac{1}{2Q} + \frac{1}{2R} + \frac{1}{S}$

$= \frac{1}{2(a^2+b^2-c^2+2ab)} + \frac{1}{2(b^2+c^2-a^2+2bc)} + \frac{1}{c^2+a^2-b^2+2ca}$

$= \frac{1}{2(a+b+c)(a+b-c)} + \frac{1}{2(a+b+c)(b+c-a)} + \frac{1}{(a+b+c)(c+a-b)}$ ['খ' থেকে]

$= \frac{1}{a+b+c}\left\{\frac{1}{2(a+b-c)} + \frac{1}{2(b+c-a)} + \frac{1}{c+a-b}\right\}$

$= \frac{1}{a+b+c}\left\{\frac{(b+c-a)(c+a-b)+(a+b-c)(c+a-b)+2(a+b-c)(b+c-a)}{2(a+b-c)(b+c-a)(c+a-b)}\right\}$

$= \frac{1}{a+b+c}\left[\frac{c^2-(b-a)^2+a^2-(b-c)^2+2\{b^2-(a-c)^2\}}{2(a+b-c)(b+c-a)(c+a-b)}\right]$

$= \frac{1}{a+b+c}\left[\frac{c^2-b^2+2ab-a^2+a^2-b^2+2bc-c^2+2b^2-2a^2+4ca-2c^2}{2(a+b-c)(b+c-a)(c+a-b)}\right]$

$= \frac{1}{a+b+c}\left[\frac{2ab+2bc+4ca-2a^2-2c^2}{2(a+b-c)(b+c-a)(c+a-b)}\right]$

$= \frac{1}{a+b+c}\left[\frac{ab+bc+2ca-a^2-c^2}{(a+b-c)(b+c-a)(c+a-b)}\right]$

$= \frac{ab+bc+2ca-a^2-c^2}{(a+b+c)(a+b-c)(b+c-a)(c+a-b)}$ (Ans.)

★ প্রশ্ন ▶ ১৪ শিখনফলভিত্তিক অনন্য প্রশ্ন-১

$S = \frac{1}{x^2-1} + \frac{1}{x^4-1} - \frac{2}{x^8-1}$, $D = 2x^2 + 3x - 2$ ◀ অধ্যায় ৪ ও ৫ এর সমন্বয়ে

ক. $x - 2y = 3$ হলে, $x^3 - 8y^3 - 18xy$ এর মান কত? ২

খ. $D = 0$ হলে, $\frac{8x^6 - 8}{x^3}$ এর মান নির্ণয় করো। ৪

গ. S কে সরল করো। ৪

১৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $x - 2y = 3$
বা, $(x - 2y)^3 = 3^3 = 27$
বা, $x^3 - 8y^3 - 3.x.2y(x - 2y) = 27$
বা, $x^3 - 8y^3 - 6xy.3 = 27$ [$\because x - 2y = 3$]
$\therefore x^3 - 8y^3 - 18xy = 27$ (Ans.)

গণিত

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

খ দেওয়া আছে, $D = 2x^2 + 3x - 2$

প্রশ্নমতে, $D = 0$

বা, $2x^2 + 3x - 2 = 0$

বা, $2x^2 - 2 = -3x$

বা, $2x - \frac{2}{x} = -3$ ……… (i)

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $= \frac{8x^6 - 8}{x^3}$

$= \frac{8x^6}{x^3} - \frac{8}{x^3}$

$= 8x^3 - \frac{8}{x^3}$

$= (2x)^3 - \left(\frac{2}{x}\right)^3$

$= \left(2x - \frac{2}{x}\right)^3 + 3.2x.\frac{2}{x}\left(2x - \frac{2}{x}\right)$

$= (-3)^3 + 12(-3)$ [(i) নং থেকে]

$= -27 - 36 = -63$ **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে, $S = \frac{1}{x^2-1} + \frac{1}{x^4-1} - \frac{2}{x^8-1}$

$= \frac{1}{x^2-1} + \frac{1}{(x^2)^2-(1)^2} - \frac{2}{x^8-1} = \frac{1}{x^2-1} + \frac{1}{(x^2+1)(x^2-1)} - \frac{2}{x^8-1}$

$= \frac{x^2+1+1}{(x^2+1)(x^2-1)} - \frac{2}{(x^4)^2-(1)^2} = \frac{x^2+2}{x^4-1} - \frac{2}{(x^4+1)(x^4-1)}$

$= \frac{(x^2+2)(x^4+1)-2}{(x^4+1)(x^4-1)} = \frac{x^6+x^2+2x^4+2-2}{x^8-1} = \frac{x^6+2x^4+x^2}{x^8-1}$

$= \frac{x^2(x^4+2x^2+1)}{(x^4-1)(x^4+1)} = \frac{x^2(x^2+1)^2}{(x^2+1)(x^2-1)(x^4+1)} = \frac{x^2(x^2+1)}{(x^2-1)(x^4+1)}$ **(Ans.)**

★★ প্রশ্ন ▶ ১৫ *শিখনফলভিত্তিক অনন্য প্রশ্ন-২*

$\frac{x}{x^3+y^3}, \frac{y}{x^3-y^3}, \frac{xy}{x^4+x^2y^2+y^4}$ কয়েকটি রাশি।

◀ অধ্যায় ৪ ও ৫ এর সমন্বয়ে

ক. উৎপাদকে বিশ্লেষণ করো: $x^3y^2 + 8x^2y^3 + 16xy^4$ ২

খ. সরল করো : ১ম রাশি + ২য় রাশি – ৩য় রাশি। ৪

গ. রাশিগুলোকে সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশে প্রকাশ করো। ৪

১৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত রাশি $= x^3y^2 + 8x^2y^3 + 16xy^4$

$= xy^2(x^2 + 8xy + 16y^2)$

$= xy^2\{(x)^2 + 2.x.4y + (4y)^2\}$

$= xy^2(x + 4y)^2$

$= xy^2(x + 4y)(x + 4y)$ **(Ans.)**

খ উদ্দীপকের ৩য় ভগ্নাংশটির হর $= x^4+x^2y^2+y^4 = x^4+2x^2y^2+y^4-x^2y^2$

$= (x^2)^2 + 2.x^2.y^2 + (y^2)^2 - (xy)^2$

$= (x^2+y^2)^2 - (xy)^2$

$= (x^2+y^2+xy)(x^2+y^2-xy)$

$= (x^2+y^2+xy)(x^2-xy+y^2)$

১ম রাশি + ২য় রাশি – ৩য় রাশি

$= \frac{x}{x^3+y^3} + \frac{y}{x^3-y^3} - \frac{xy}{x^4+x^2y^2+y^4}$

$= \frac{x}{(x+y)(x^2-xy+y^2)} + \frac{y}{(x-y)(x^2+xy+y^2)} - \frac{xy}{(x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2)}$

$= \frac{x(x-y)(x^2+xy+y^2)+y(x+y)(x^2-xy+y^2)-xy(x+y)(x-y)}{(x+y)(x-y)(x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2)}$

$= \frac{x(x^3-y^3)+y(x^3+y^3)-xy(x^2-y^2)}{(x^3+y^3)(x^3-y^3)}$

$= \frac{x^4-xy^3+x^3y+y^4-x^3y+xy^3}{(x^3)^2-(y^3)^2}$

$= \frac{x^4+y^4}{x^6-y^6}$ **(Ans.)**

গ ১ম ভগ্নাংশের হর $= x^3+y^3$

$= (x+y)(x^2-xy+y^2)$

২য় ভগ্নাংশের হর $= x^3-y^3$

$= (x-y)(x^2+xy+y^2)$

৩য় ভগ্নাংশের হর $= x^4+x^2y^2+y^4$

$= (x^2-xy+y^2)(x^2+xy+y^2)$ ['খ' থেকে]

হরসমূহের ল.সা.গু $= (x+y)(x-y)(x^2-xy+y^2)(x^2+xy+y^2)$

$= (x^3+y^3)(x^3-y^3) = x^6-y^6$

$\therefore$ ১ম ভগ্নাংশ $= \frac{x}{x^3+y^3} = \frac{x}{(x^3+y^3)} \times \frac{(x^3-y^3)}{(x^3-y^3)} = \frac{x^4-xy^3}{x^6-y^6}$

$\therefore$ ২য় ভগ্নাংশ $= \frac{y}{x^3-y^3} = \frac{y}{(x^3-y^3)} \times \frac{(x^3+y^3)}{(x^3+y^3)} = \frac{x^3y+y^4}{x^6-y^6}$

এবং ৩য় ভগ্নাংশ $= \frac{xy}{x^4+x^2y^2+y^4}$

$= \frac{xy}{(x^2-xy+y^2)(x^2+xy+y^2)} \times \frac{(x+y)(x-y)}{(x+y)(x-y)}$

$= \frac{xy(x^2-y^2)}{(x^3+y^3)(x^3-y^3)} = \frac{x^3y-xy^3}{x^6-y^6}$

$\therefore$ সমহরবিশিষ্ট ভগ্নাংশসমূহ : $\frac{x^4-xy^3}{x^6-y^6}, \frac{x^3y+y^4}{x^6-y^6}, \frac{x^3y-xy^3}{x^6-y^6}$ **(Ans.)**

★ প্রশ্ন ▶ ১৬ *শিখনফলভিত্তিক অনন্য প্রশ্ন-৩*

$\frac{a^3+b^3}{(a-b)^2+3ab}, \frac{(a+b)^2-3ab}{a^3-b^3}$ ও $\frac{1}{a^2-b^2}$ তিনটি ভগ্নাংশ।

◀ অধ্যায় ৪ ও ৫ এর সমন্বয়ে

ক. $a^4 + 4b^4$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করো। ২

খ. ভগ্নাংশ তিনটিকে লঘিষ্ঠ সাধারণ হর বিশিষ্ট ভগ্নাংশে প্রকাশ করো। ৪

গ. সরল করো; প্রথম ভগ্নাংশ ÷ দ্বিতীয় ভগ্নাংশ × তৃতীয় ভগ্নাংশ। ৪

১৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $a^4 + 4b^4 = (a^2)^2 + (2b^2)^2$

$= (a^2+2b^2)^2 - 2(a^2)(2b^2)$

$= (a^2+2b^2)^2 - 4a^2b^2$

$= (a^2+2b^2)^2 - (2ab)^2$

$= (a^2+2ab+2b^2)(a^2-2ab+2b^2)$ **(Ans.)**

গণিত

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

খ ১ম ভগ্নাংশ $= \dfrac{a^3+b^3}{(a-b)^2+3ab}$

$= \dfrac{(a+b)(a^2-ab+b^2)}{a^2-2ab+b^2+3ab}$

$= \dfrac{(a+b)(a^2-ab+b^2)}{a^2+ab+b^2}$

২য় ভগ্নাংশ $= \dfrac{(a+b)^2-3ab}{a^3-b^3}$

$= \dfrac{a^2+2ab+b^2-3ab}{(a-b)(a^2+ab+b^2)}$

$= \dfrac{a^2-ab+b^2}{(a-b)(a^2+ab+b^2)}$

৩য় ভগ্নাংশ $= \dfrac{1}{a^2-b^2} = \dfrac{1}{(a+b)(a-b)}$

ভগ্নাংশ তিনটির হরের লসাগু $= (a+b)(a-b)(a^2+ab+b^2)$

এখন,

১ম ভগ্নাংশ $= \dfrac{(a+b)(a^2-ab+b^2)(a+b)(a-b)}{(a+b)(a-b)(a^2+ab+b^2)}$

$= \dfrac{(a^3+b^3)(a^2-b^2)}{(a+b)(a^3-b^3)}$ **(Ans.)**

২য় ভগ্নাংশ $= \dfrac{(a^2-ab+b^2)(a+b)}{(a-b)(a^2+ab+b^2)(a+b)}$

$= \dfrac{a^3+b^3}{(a+b)(a^3-b^3)}$ **(Ans.)**

৩য় ভগ্নাংশ $= \dfrac{(a^2+ab+b^2)}{(a+b)(a-b)(a^2+ab+b^2)}$

$= \dfrac{a^2+ab+b^2}{(a+b)(a^3-b^3)}$ **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে,

১ম ভগ্নাংশ $= \dfrac{a^3+b^3}{(a-b)^2+3ab}$, ২য় ভগ্নাংশ $= \dfrac{(a+b)^2-3ab}{a^3-b^3}$

এবং ৩য় ভগ্নাংশ $= \dfrac{1}{a^2-b^2}$

এখন, ১ম ভগ্নাংশ ÷ ২য় ভগ্নাংশ × ৩য় ভগ্নাংশ

$= \dfrac{a^3+b^3}{(a-b)^2+3ab} \div \dfrac{(a+b)^2-3ab}{a^3-b^3} \times \dfrac{1}{a^2-b^2}$

$= \dfrac{(a+b)(a^2-ab+b^2)}{(a^2+ab+b^2)} \div \dfrac{a^2+2ab+b^2-3ab}{(a-b)(a^2+ab+b^2)} \times \dfrac{1}{(a+b)(a-b)}$

$= \dfrac{(a+b)(a^2-ab+b^2)}{a^2+ab+b^2} \times \dfrac{(a-b)(a^2+ab+b^2)}{a^2-ab+b^2} \times \dfrac{1}{(a+b)(a-b)}$

$= 1$ **(Ans.)**

★ প্রশ্ন ▸ ১৭ *শিখনফলভিত্তিক অনন্য প্রশ্ন-৪*

দৃশ্যকল্প-১: $A = x-1, B = x+1, C = x^2+1,$ $D = x^4+1, E = x^8-1$ চারটি বীজগণিতীয় রাশি।

দৃশ্যকল্প-২: $P^2 - 6P + 1 = 0$ যেখানে $P > 0$

◂ অধ্যায় ৪ ও ৫ এর সমন্বয়ে

ক. $y^2 - y - (b+1)(b+2)$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করো। ২

খ. দৃশ্যকল্প-২ হতে $\left(P^3 - \frac{1}{P^3}\right)\left(P^4 + \frac{1}{P^4}\right)$ এর মান নির্ণয় করো। ৪

গ. দৃশ্যকল্প-১ এর আলোকে সরল করো: $\dfrac{1}{A} - \dfrac{1}{B} - \dfrac{2}{C} + \dfrac{4}{D} - \dfrac{8x^4}{E}$ ৪

১৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত রাশি $= y^2 - y - (b+1)(b+2)$

$= y^2 + \{(b+1) - (b+2)\}y - (b+1)(b+2)$

$= y^2 + (b+1)y - (b+2)y - (b+1)(b+2)$

$= y(y+b+1) - (b+2)(y+b+1)$

$= (y+b+1)(y-b-2)$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $P^2 - 6P + 1 = 0$ বা, $P^2 + 1 = 6P$

বা, $\dfrac{P^2}{P} + \dfrac{1}{P} = \dfrac{6P}{P}$ বা, $P + \dfrac{1}{P} = 6$ বা, $\left(P + \dfrac{1}{P}\right)^2 = 6^2$

[উভয়পক্ষে বর্গ করে]

বা, $\left(P - \dfrac{1}{P}\right)^2 + 4.P.\dfrac{1}{P} = 36$ বা, $\left(P - \dfrac{1}{P}\right)^2 = 36 - 4$

$\therefore P - \dfrac{1}{P} = \sqrt{32} = \sqrt{16 \times 2} = 4\sqrt{2}$

এখন, $P^3 - \dfrac{1}{P^3} = \left(P - \dfrac{1}{P}\right)^3 + 3.P.\dfrac{1}{P}\left(P - \dfrac{1}{P}\right)$

$= (4\sqrt{2})^3 + 3.4\sqrt{2}$

$= 64 \times 2\sqrt{2} + 12\sqrt{2}$

$= 128\sqrt{2} + 12\sqrt{2}$

$= 140\sqrt{2}$

এবং $P^4 + \dfrac{1}{P^4} = (P^2)^2 + \left(\dfrac{1}{P^2}\right)^2 = \left(P^2 + \dfrac{1}{P^2}\right)^2 - 2.P^2.\dfrac{1}{P^2}$

$= \left\{\left(P + \dfrac{1}{P}\right)^2 - 2.P.\dfrac{1}{P}\right\}^2 - 2$

$= \{(6)^2 - 2\}^2 - 2 = (36-2)^2 - 2$

$= (34)^2 - 2 = 1156 - 2 = 1154$

$\therefore \left(P^3 - \dfrac{1}{P^3}\right)\left(P^4 + \dfrac{1}{P^4}\right) = 140\sqrt{2} \times 1154 = 161560\sqrt{2}$ **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে, $A = x-1, B = x+1, C = x^2+1,$ $D = x^4+1$ এবং $E = x^8-1$

প্রদত্ত রাশি $= \dfrac{1}{A} - \dfrac{1}{B} - \dfrac{2}{C} + \dfrac{4}{D} - \dfrac{8x^4}{E}$

$= \dfrac{1}{x-1} - \dfrac{1}{x+1} - \dfrac{2}{x^2+1} + \dfrac{4}{x^4+1} - \dfrac{8x^4}{x^8-1}$

$= \dfrac{x+1-x+1}{(x+1)(x-1)} - \dfrac{2}{x^2+1} + \dfrac{4}{x^4+1} - \dfrac{8x^4}{(x^4)^2-1^2}$

$= \dfrac{2}{x^2-1} - \dfrac{2}{x^2+1} + \dfrac{4}{x^4+1} - \dfrac{8x^4}{(x^4+1)(x^4-1)}$

$= \dfrac{2x^2+2-2x^2+2}{(x^2-1)(x^2+1)} + \dfrac{4x^4-4-8x^4}{(x^4+1)(x^4-1)}$

$= \dfrac{4}{x^4-1} + \dfrac{(-4x^4-4)}{(x^4+1)(x^4-1)} = \dfrac{4(x^4+1)+(-4x^4-4)}{(x^4+1)(x^4-1)}$

$= \dfrac{4x^4+4-4x^4-4}{(x^4+1)(x^4-1)} = \dfrac{0}{(x^4+1)(x^4-1)} = 0$ **(Ans.)**

★★ প্রশ্ন ▸ ১৮ *শিখনফলভিত্তিক অনন্য প্রশ্ন-৫*

$A = x + \dfrac{1}{x}$, $Q = \dfrac{x^3+y^3+3xy(x+y)}{(x+y)^2-4xy}$

$R = \dfrac{(x-y)^2+4xy}{x^3-y^3-3xy(x-y)}$ তিনটি বীজগাণিতিক রাশি।

◂ অধ্যায় ৪ ও ৫ এর সমন্বয়ে

ক. $x = \dfrac{1}{y}$ এবং Q রাশির হরের বর্গমূল 5 হলে, $x^2 + \dfrac{1}{x^2}$ এর মান নির্ণয় করো। ২

খ. দেখাও যে, $Q \div R \times \left(1 - \dfrac{y}{x+y}\right) = x^2 - xy$ ৪

গ. $A = 4$ হলে, $x^5 + \dfrac{1}{x^5}$ এর মান নির্ণয় করো। ৪

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

১৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $x = \frac{1}{y} \therefore y = \frac{1}{x}$

Q রাশির হরের বর্গমূল $= \sqrt{(x+y)^2 - 4xy} = \sqrt{(x-y)^2} = x - y$

$\therefore x - y = 5$

বা, $x - \frac{1}{x} = 5 \left[\because y = \frac{1}{x}\right]$

বা, $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 5^2$ [উভয়পক্ষে বর্গ করে]

বা, $x^2 + \frac{1}{x^2} - 2x.\frac{1}{x} = 25$

$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = 25 + 2 = 27$ **(Ans.)**

খ $Q = \frac{x^3 + y^3 + 3xy(x+y)}{(x+y)^2 - 4xy} = \frac{(x+y)^3}{(x-y)^2}$

এবং $R = \frac{(x-y)^2 + 4xy}{x^3 - y^3 - 3xy(x-y)} = \frac{(x+y)^2}{(x-y)^3}$

এখন, $Q \div R \times \left(1 - \frac{y}{x+y}\right) = \frac{(x+y)^3}{(x-y)^2} \div \frac{(x+y)^2}{(x-y)^3} \times \left(\frac{x+y-y}{x+y}\right)$

$= \frac{(x+y)^3}{(x-y)^2} \times \frac{(x-y)^3}{(x+y)^2} \times \left(\frac{x}{x+y}\right) = x(x-y) = x^2 - xy$

$\therefore Q \div R \times \left(1 - \frac{y}{x+y}\right) = x^2 - xy$ **(দেখানো হলো)**

গ দেওয়া আছে, $A = x + \frac{1}{x} = 4$

$$\therefore x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3.x.\frac{1}{x}\left(x + \frac{1}{x}\right)$$
$$= 4^3 - 3 \times 4 = 64 - 12 = 52$$

আবার, $x + \frac{1}{x} = 4$ বা, $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 4^2$ [বর্গ করে]

বা, $x^2 + 2.x.\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 16$ বা, $x^2 + \frac{1}{x^2} = 16 - 2 \therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = 14$

এখন, $\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)\left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) = x^5 + x + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^5}$

বা, $x^5 + \frac{1}{x^5} + \left(x + \frac{1}{x}\right) = \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)\left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right)$

বা, $x^5 + \frac{1}{x^5} = \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)\left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) - \left(x + \frac{1}{x}\right)$

$= 14 \times 52 - 4 = 728 - 4 = 724$ **(Ans.)**

প্রশ্নব্যাংক

★★ প্রশ্ন ▸ ১৯ *শিখনফলভিত্তিক অনন্য প্রশ্ন-৬*

$A = x^2 - 11x + 28, B = x^2 - 9x + 18, C = x^2 - 7x + 12$ এবং $D = x^2 - 11x - 12$ চারটি বীজগণিতীয় রাশি। ◀শিখনফল ১

ক. প্রথম তিনটি রাশির ধ্রুবকপদত্রয়ের ল.সা.গু. নির্ণয় করো। ২

খ. $\frac{1}{D} + \frac{1}{12}$ কে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ করো। ৪

গ. $\frac{1}{A}, \frac{1}{B}$ ও $\frac{1}{C}$ কে সমহরবিশিষ্ট ভগ্নাংশে প্রকাশ করো। ৪

উত্তর: ক. 252; খ. $\frac{x(x-11)}{12(x-12)(x+1)}$; গ. $\frac{(x-3)(x-6)}{(x-3)(x-4)(x-6)(x-7)}, \frac{(x-4)(x-7)}{(x-3)(x-4)(x-6)(x-7)}, \frac{(x-6)(x-7)}{(x-3)(x-4)(x-6)(x-7)}$।

★★ প্রশ্ন ▸ ২০ *শিখনফলভিত্তিক অনন্য প্রশ্ন-৭*

$A = \frac{1}{1 - x + x^2}, B = \frac{1}{1 + x + x^2}, C = \frac{2x}{1 + x^2 + x^4}$ এবং $D = \frac{x^2}{1 - x^6}$ চারটি ভগ্নাংশ। ◀শিখনফল ১

ক. C এর হরকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করো। ২

খ. প্রমাণ করো যে, $A - B - C = 0$। ৪

গ. A, B, C কে সমহর বিশিষ্ট ভগ্নাংশে প্রকাশ করো। ৪

উত্তর: ক. $(1+x+x^2)(1-x+x^2)$; গ. $\frac{1+x+x^2}{1+x^2+x^4}, \frac{1-x+x^2}{1+x^2+x^4}, \frac{2x}{1+x^2+x^4}$।

★ প্রশ্ন ▸ ২১ *শিখনফলভিত্তিক অনন্য প্রশ্ন-৮*

$A = \frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 + x - 12}, B = \frac{x^2 - 25}{x^2 - x - 20}$ এবং $C = \frac{x - 2}{x^2 - 5x + 6}$ ◀শিখনফল ১

ক. $\left(1 + \frac{1}{x}\right) \div \left(1 - \frac{1}{x^2}\right)$ এর সরল করো। ২

খ. A ও B কে সমহর বিশিষ্ট ভগ্নাংশে প্রকাশ করো। ৪

গ. দেখাও যে, $A \div B \times C = \frac{1}{x - 3}$ ৪

উত্তর: ক. $\frac{x}{x-1}$; খ. $\frac{x+5}{x+4}, \frac{x+5}{x+4}$।

★ প্রশ্ন ▸ ২২ *শিখনফলভিত্তিক অনন্য প্রশ্ন-৯*

$\frac{a^3 - b^3}{(a-b)^2 + 3ab}, \frac{(a+b)^2 - 3ab}{a^3 - b^3}, \frac{a+b}{a-b}$ এবং $\frac{a^3 + b^3}{a^4 + a^2b^2 + b^4}$ চারটি বীজগণিতীয় রাশি। ◀শিখনফল ১

ক. $\left(\frac{1}{1+m} + \frac{2m}{1-m^2}\right)\left(\frac{1}{m} - \frac{1}{m^2}\right) =$ কত? ২

খ. প্রথম রাশিকে তৃতীয় রাশি দ্বারা গুণ করে প্রাপ্ত গুণফলের সাথে কত গুণ করলে গুণফল $a^3 + b^3$ হবে? ৪

গ. প্রথম রাশি তিনটির গুণফলকে চতুর্থ রাশি দ্বারা ভাগ করো। ৪

উত্তর: ক. $\frac{-1}{m^2}$; খ. $a^2 - ab + b^2$; গ. $\frac{a^2 - ab + b^2}{a - b}$।

★★ প্রশ্ন ▸ ২৩ *শিখনফলভিত্তিক অনন্য প্রশ্ন-১০*

$P = a^2 + b^2 - c^2 + 2ab, Q = b^2 + c^2 - a^2 + 2bc,$
$R = c^2 + a^2 - b^2 + 2ca$ এবং $A = x - 1, B = x + 1,$
$C = x^2 + 1, D = x^4 + 1, E = x^8 - 1$ কতগুলো বীজগাণিতিক রাশি। ◀শিখনফল ১

ক. সরল করো: $\frac{(x+y)^2 - 4xy}{(a+b)^2 - 4ab} \div \frac{x^3 - y^3 - 3xy(x-y)}{a^3 - b^3 - 3ab(a-b)}$ ২

খ. সরল করো: $\frac{a(a+b-c)}{P} + \frac{b(b+c-a)}{Q} + \frac{c(c+a-b)}{R}$ ৪

গ. সরল করো: $\frac{1}{A} - \frac{1}{B} - \frac{2}{C} + \frac{4}{D} - \frac{8x^4}{E}$ ৪

উত্তর: ক. $\frac{a-b}{x-y}$; খ. 1; গ. 0।

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

ষষ্ঠ অধ্যায় সরল সহসমীকরণ

★★ প্রশ্ন ▶ ১ *জুনিয়র বৃত্তি পরীক্ষা ২০২০*

$ax - by = ab$ ও $bx - ay = ab$ দুইটি সরল সহসমীকরণ।

◄ শিখনফল ১, ২, ৪ ৫ ৫

ক. $\frac{x}{y}$ থেকে $\frac{-2x}{y^2}$ বিয়োগ করো। ২

খ. প্রতিস্থাপন পদ্ধতিতে সমীকরণ জোটটির সমাধান করো। ৪

গ. $a = 2$ এবং $b = -3$ হলে, লেখচিত্রের সাহায্যে সমীকরণদ্বয়ের সমাধান করো। ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত রাশি $= \frac{x}{y} - \left(-\frac{2x}{y^2}\right) = \frac{x}{y} + \frac{2x}{y^2} = \frac{xy + 2x}{y^2} = \frac{x(y+2)}{y^2}$ (Ans.)

খ প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়, $ax - by = ab$ .... (i)

$bx - ay = ab$ .... (ii)

সমীকরণ (ii) হতে পাই, $ay = bx - ab$

$\therefore y = \frac{bx - ab}{a}$ .... (iii)

সমীকরণ (i) এ $y = \frac{bx - ab}{a}$ বসিয়ে পাই,

$ax - b\left(\frac{bx - ab}{a}\right) = ab$ বা, $\frac{a^2x - b(bx - ab)}{a} = ab$

বা, $a^2x - b^2x + ab^2 = a^2b$ [উভয়পক্ষকে a দ্বারা গুণ করে]

বা, $x(a^2 - b^2) = a^2b - ab^2$ বা, $x(a + b)(a - b) = ab(a - b)$

বা, $x = \frac{ab(a - b)}{(a + b)(a - b)}$ $\therefore x = \frac{ab}{a + b}$

এখন সমীকরণ: (iii) এ $x = \frac{ab}{a + b}$ বসিয়ে পাই,

$y = \frac{b\left(\frac{ab}{a+b}\right) - ab}{a}$ বা, $y = \frac{\frac{b(ab) - ab(a+b)}{a+b}}{a}$

বা, $y = \frac{ab^2 - a^2b - ab^2}{a(a+b)}$ বা, $y = \frac{-a^2b}{a(a+b)}$ $\therefore y = \frac{-ab}{a+b}$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান, $(x, y) = \left(\frac{ab}{a+b}, \frac{-ab}{a+b}\right)$ (Ans.)

গ $a = 2$ এবং $b = -3$ হলে, সমীকরণদ্বয়

$2x + 3y = -6$ .... (i)

এবং $-3x - 2y = -6$ বা, $3x + 2y = 6$ .... (ii)

সমীকরণ (i) হতে পাই, $3y = -2x - 6$ $\therefore y = \frac{-2x - 6}{3}$

x এর বিভিন্ন মানের জন্য y এর মান বের করে নিচের ছকটি তৈরি করি:

x	−3	0	3	6	9
y	0	−2	−4	−6	−8

ছক-১

(ii) হতে পাই, $2y = 6 - 3x$ $\therefore y = \frac{6 - 3x}{2}$

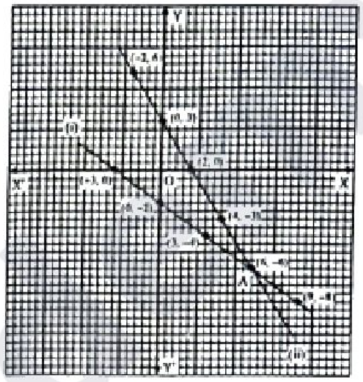
x এর বিভিন্ন মানের জন্য y এর মান বের করে নিচের ছকটি তৈরি করি:

x	−2	0	2	4	6
y	6	3	0	−3	−6

ছক-২

মনে করি, XOX′ ও YOY′ বরাবর যথাক্রমে x-অক্ষ ও y-অক্ষ এবং O মূলবিন্দু। উভয় অক্ষের ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি দুই বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি। ছক-১ হতে প্রাপ্ত (− 3, 0), (0, − 2), (3, − 4), (6, − 6), (9, − 8) বিন্দুগুলো লেখ কাগজে স্থাপন করি। এই বিন্দুগুলো যোগ করে উভয়দিকে বর্ধিত করে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল যা (i) নং সমীকরণ দ্বারা নির্দেশিত সরলরেখার লেখচিত্র।

আবার, ছক-২ হতে প্রাপ্ত (−2, 6), (0, 3), (2, 0), (4, −3), (6, −6) বিন্দুগুলো লেখ কাগজে স্থাপন করি। এই বিন্দুগুলো যোগ করে উভয়দিকে বর্ধিত করে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। যা (ii) নং সমীকরণ দ্বারা নির্দেশিত সরলরেখার লেখচিত্র।



এই সরলরেখাটি পূর্বোক্ত সরলরেখাকে A বিন্দুতে ছেদ করে। A বিন্দু উভয় সরলরেখার সাধারণ বিন্দু। এর স্থানাঙ্ক উভয় সমীকরণকে সিদ্ধ করে। লেখ থেকে দেখা যায় যে, A বিন্দুর ভুজ 6 এবং কোটি − 6।

নির্ণেয় সমাধান, $(x, y) = (6, -6)$ (Ans.)

★★ প্রশ্ন ▶ ২ *JSC ঢা. বো. ২০১৮*

$9x - 7y = 13$ এবং $5x - 3y = 9$ দুইটি সরল সমীকরণ।

◄ শিখনফল ১, ২, ৪ ৫ ৫

ক. (0, − 3) বিন্দুটি কোন সমীকরণকে সিদ্ধ করে তা নির্ণয় করো। ২

খ. অপনয়ন পদ্ধতিতে সমীকরণ জোটের সমাধান করো। ৪

গ. সমীকরণদ্বয়ের লেখ অঙ্কন করে ছেদ বিন্দুর ভুজ ও কোটি নির্ণয় করো। ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $9x - 7y = 13$ .... (i)

$5x - 3y = 9$ .... (ii)

(i) নং সমীকরণের বামপক্ষে $x = 0$ এবং $y = -3$ বসিয়ে পাই, $9 \times 0 - 7(-3) = 21 \neq$ ডানপক্ষ

$\therefore$ (0, −3) বিন্দুটি দ্বারা (i) নং সমীকরণটি সিদ্ধ নয়।

আবার, (ii) নং সমীকরণের বামপক্ষে $x = 0$ এবং $y = -3$ বসিয়ে পাই, $5 \times 0 - 3(-3) = 9 =$ ডানপক্ষ

$\therefore$ (0, −3) বিন্দুটি (ii) নং সমীকরণকে সিদ্ধ করে। (Ans.)

খ $9x - 7y = 13$ .... (i)

$5x - 3y = 9$ .... (ii)

(i) নং সমীকরণকে 3 দ্বারা এবং (ii) নং সমীকরণকে 7 দ্বারা গুণ করে পাই, $27x - 21y = 39$ .... (iii)

$35x - 21y = 63$ .... (iv)

এখন (iv) হতে (iii) নং বিয়োগ করে পাই, $8x = 24$ $\therefore x = 3$

(i) নং সমীকরণে x এর মান বসিয়ে পাই, $9 \times 3 - 7y = 13$

বা, $27 - 13 = 7y$ বা, $7y = 14$ $\therefore y = 2$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (3, 2)$ (Ans.)

গ দেওয়া আছে, $9x - 7y = 13$

বা, $9x - 13 = 7y$ $\therefore y = \frac{9x - 13}{7}$ ...... (i)

x এর বিভিন্ন মানের জন্য y এর মান বের করে নিচের ছকটি তৈরি করি:

x	−4	3	10
y	−7	2	11

ছক-১

আবার, $5x - 3y = 9$ বা, $3y = 5x - 9$ $\therefore y = \frac{5x - 9}{3}$ ...... (ii)

x এর বিভিন্ন মানের জন্য y এর মান বের করে নিচের ছকটি তৈরি করি:

x	− 3	3	6
y	−8	2	7

ছক-২

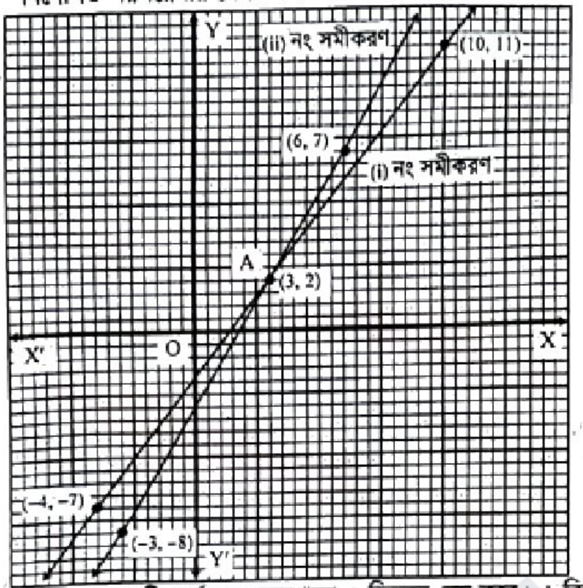
গণিত

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

মনে করি, XOX' ও YOY' বরাবর যথাক্রমে x-অক্ষ ও y-অক্ষ এবং O মূলবিন্দু। উভয় অক্ষের ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি দুই বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি। ছক-১ হতে প্রাপ্ত (– 4, –7), (3, 2), (10, 11) বিন্দুগুলো লেখ কাগজে স্থাপন করি। এই বিন্দুগুলো যোগ করে উভয়দিকে বর্ধিত করে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল যা (i) নং সমীকরণ দ্বারা নির্দেশিত সরলরেখার লেখচিত্র।

আবার, ছক-২ হতে প্রাপ্ত (–3, –8), (3, 2), (6, 7) বিন্দুগুলো লেখ কাগজে স্থাপন করি। এই বিন্দুগুলো যোগ করে উভয়দিকে বর্ধিত করে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। যা (ii) নং সমীকরণ দ্বারা নির্দেশিত সরলরেখার লেখচিত্র।



এই সরলরেখাটি পূর্বোক্ত সরলরেখাকে A বিন্দুতে ছেদ করে। A বিন্দু উভয় সরলরেখার সাধারণ বিন্দু। এর স্থানাঙ্ক উভয় সমীকরণকে সিদ্ধ করে। লেখ থেকে দেখা যায় যে, A বিন্দুর ভুজ 3 এবং কোটি 2।

∴ নির্ণেয় সমাধান (x, y) = (3, 2) **(Ans.)**

★★ প্রশ্ন▶৩ *JSC ব্রা. বো. ২০১৯*

$3x - 4y = 0$ এবং $2x - 3y = -1$ দুটি সরল সমীকরণ।

◀ শিখনফল ১, ২, ৩ ও ৪ এর

ক. দুটি সংখ্যার যোগফল 210 এবং ছোট সংখ্যাটি বড় সংখ্যার অর্ধেক। ছোট সংখ্যাটি নির্ণয় করো। ২

খ. অপনয়ন পদ্ধতিতে সমীকরণ জোটের সমাধান করো। ৪

গ. সমীকরণদ্বয়ের লেখ অঙ্কন করে তাদের ছেদবিন্দুর ভুজ ও কোটি নির্ণয় করো। ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক মনে করি, বড় সংখ্যাটি = x ∴ ছোট সংখ্যাটি $= \frac{x}{2}$

শর্তমতে, $x + \frac{x}{2} = 210$ বা, $\frac{3x}{2} = 210$ ∴ $x = \frac{210 \times 2}{3} = 140$

∴ ছোট সংখ্যাটি $= \frac{140}{2} = 70$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $3x - 4y = 0$ ……… (i)

$2x - 3y = -1$ ……… (ii)

(i) নং সমীকরণকে 2 দ্বারা ও (ii) নং সমীকরণকে 3 দ্বারা গুণ করে পাই,

$6x - 8y = 0$

$6x - 9y = -3$

(–) (+) (+)

$y = 3$ [বিয়োগ করে]

(i) নং এ y = 3 বসিয়ে পাই,

$3x - 4 \times 3 = 0$ বা, $3x = 12$ বা, $x = \frac{12}{3}$ ∴ $x = 4$

∴ নির্ণেয় সমাধান: (x, y) = (4, 3) **(Ans.)**

গ প্রদত্ত সমীকরণ, $3x - 4y = 0$ …… (i) এবং $2x - 3y = -1$ …… (ii)

সমীকরণ (i) থেকে পাই, $4y = 3x$ ∴ $y = \frac{3x}{4}$

x-এর বিভিন্ন মানের জন্য y-এর মান বের করে নিচের ছকটি তৈরি করি:

x	0	4	8
y	0	3	6

ছক-১

সমীকরণ (ii) থেকে পাই, $2x + 1 = 3y$

বা, $3y = 2x + 1$ ∴ $y = \frac{2x + 1}{3}$

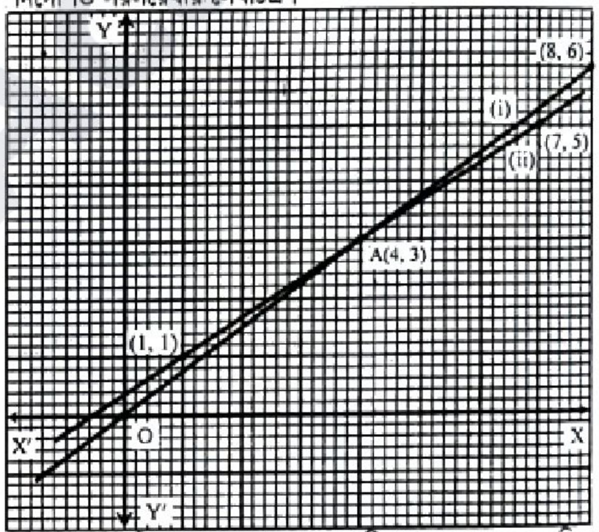
x-এর বিভিন্ন মানের জন্য y-এর মান বের করে নিচের ছকটি তৈরি করি:

x	1	4	7
y	1	3	5

ছক-২

মনে করি, XOX' ও YOY' বরাবর যথাক্রমে x-অক্ষ ও y-অক্ষ এবং O মূলবিন্দু। উভয় অক্ষের ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি পাঁচ বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি। ছক-১ হতে প্রাপ্ত (0, 0), (4, 3), (8, 6) বিন্দুগুলো লেখ কাগজে স্থাপন করি। এই বিন্দুগুলো যোগ করে উভয়দিকে বর্ধিত করে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল যা (i) নং সমীকরণ দ্বারা নির্দেশিত সরলরেখার লেখচিত্র।

আবার, ছক-২ হতে প্রাপ্ত (1, 1), (4, 3), (7, 5) বিন্দুগুলো লেখ কাগজে স্থাপন করি। এই বিন্দুগুলো যোগ করে উভয়দিকে বর্ধিত করে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। যা (ii) নং সমীকরণ দ্বারা নির্দেশিত সরলরেখার লেখচিত্র।



এই সরলরেখাটি পূর্বোক্ত সরলরেখাকে A বিন্দুতে ছেদ করে। A বিন্দু উভয় সরলরেখার সাধারণ বিন্দু। এর স্থানাঙ্ক উভয় সমীকরণকে সিদ্ধ করে। লেখ থেকে দেখা যায় যে, A বিন্দুর ভুজ 4 এবং কোটি 3।

∴ নির্ণেয় ভুজ = 4 এবং কোটি = 3 **(Ans.)**

★★ প্রশ্ন▶৪ *JSC কু. বো. ২০১৮*

(i) $3x - 4y = 2$ এবং $5x + 3y = 42$ দুইটি সরল সমীকরণ।

(ii) কোনো ভগ্নাংশের লবের সাথে 5 যোগ করলে ভগ্নাংশটির মান 2 হয়। আবার হরের সাথে 2 যোগ করলে ভগ্নাংশটির মান $\frac{1}{2}$ হয়।

◀ শিখনফল ১, ২ এর

ক. a + b = 5 এবং a – b = 3 হলে (a, b) এর মান নির্ণয় করো। ২

খ. (i) নং এর সমীকরণ দুইটিকে অপনয়ন পদ্ধতিতে সমাধান করো। ৪

গ. (ii) নং হতে ভগ্নাংশটি নির্ণয় করো। ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, a + b = 5 ……… (i)

এবং a – b = 3 ……… (ii)

(i) ও (ii) নং যোগ করে পাই, 2a = 8 ∴ a = 4

a এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই, 4 + b = 5 বা, b = 5 – 4 ∴ b = 1

∴ নির্ণেয় মান: (a, b) = (4, 1) **(Ans.)**

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

খ দেওয়া আছে, $3x - 4y = 2$ ... ... (i)
$5x + 3y = 42$ ... ... (ii)
(i) নং সমীকরণকে 3 দ্বারা এবং (ii) নং সমীকরণকে 4 দ্বারা গুণ করে পাই, $9x - 12y = 6$
$20x + 12y = 168$
$29x = 174$ [যোগ করে]
বা, $x = \frac{174}{29}$ $\therefore x = 6$
(ii) নং সমীকরণে $x = 6$ বসিয়ে পাই, $5.6 + 3y = 42$
বা, $3y = 42 - 30$ বা, $y = \frac{12}{3}$ $\therefore y = 4$
$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (6, 4)$

গ মনে করি, লব x ও হর y $\therefore$ ভগ্নাংশটি $\frac{x}{y}$
$\therefore$ ১ম শর্তমতে, $\frac{x+5}{y} = 2$
বা, $x + 5 = 2y$ $\therefore x - 2y = -5$ ... ... (i)
২য় শর্তমতে, $\frac{x}{y+2} = \frac{1}{2}$ বা, $2x = y + 2$
$\therefore 2x - y = 2$ ... ... (ii)
(i) হতে পাই, $x = 2y - 5$ ... ... (iii)
(iii) নং হতে x এর মান (ii) এ বসিয়ে পাই,
$2(2y - 5) - y = 2$ বা, $4y - 10 - y = 2$ বা, $3y = 12$ $\therefore y = 4$
y এর মান (iii) এ বসিয়ে, $x = 2.4 - 5 = 8 - 5 = 3$
$\therefore$ ভগ্নাংশটি $\frac{3}{4}$ (Ans.)

★★ প্রশ্ন ▸ ৫ *ISC ম. বো. ২০১৯*

$3x + 2y = 10$ এবং $4x - 6y = 9$ দুটি সরল সমীকরণ।
◄ শিখনফল ১, ২, ৩ ও ৫

ক. কোনো প্রকৃত ভগ্নাংশ $\frac{x}{y}$ এর লব ও হরের যোগফল 18 এবং বিয়োগফল 2 হলে, সমীকরণ দুটি লিখ। ২
খ. উদ্দীপকের আলোকে (x, y) নির্ণয় করো। ৪
গ. লেখচিত্রের সাহায্যে সমাধান করে $\frac{x}{y}$ নির্ণয় করো। ৪

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, প্রকৃত ভগ্নাংশটি $\frac{x}{y}$, যেখানে $x < y$
এবং লব ও হরের যোগফল 18 ও বিয়োগফল 2
$\therefore x + y = 18$ ... ... (i) এবং $y - x = 2$ ... ... (ii) **(Ans.)**

খ উদ্দীপক অনুসারে, $3x + 2y = 10$ ... ... (i)
$4x - 6y = 9$ ... ... (ii)
(i) নং সমীকরণকে 3 দ্বারা গুণ করে পাই, $9x + 6y = 30$ ... ... (iii)
(ii) ও (iii) নং সমীকরণ যোগ করে পাই,
$13x = 39$ বা, $x = \frac{39}{13}$ $\therefore x = 3$
(i) নং সমীকরণে $x = 3$ বসিয়ে পাই, $3.3 + 2y = 10$
বা, $2y = 10 - 9$ বা, $2y = 1$ $\therefore y = \frac{1}{2}$
$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = \left(3, \frac{1}{2}\right)$ **(Ans.)**

গ প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়, $3x + 2y = 10$ ... ... (i)
$4x - 6y = 9$ ... ... (ii)
(i) নং সমীকরণ হতে পাই, $2y = 10 - 3x$ বা, $y = \frac{10 - 3x}{2}$
x এর বিভিন্ন মানের জন্য y এর মান বের করে নিচের ছকটি তৈরি করি:

x	−2	0	2	4	6	8
y	8	5	2	−1	−4	−7

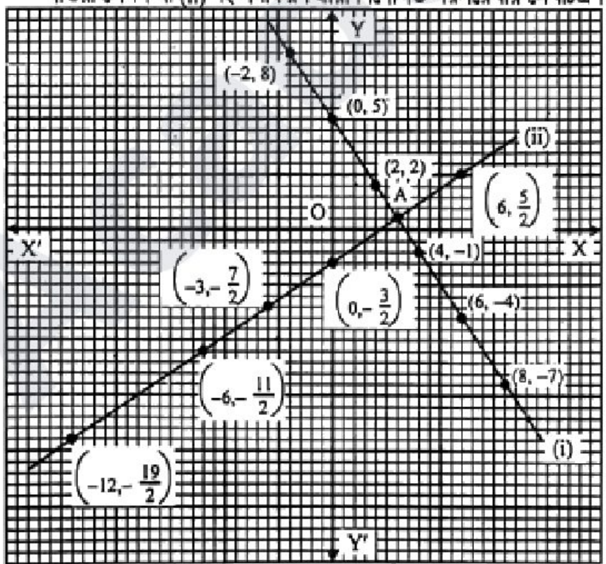
ছক-১

আবার, (ii) নং সমীকরণ হতে পাই, $6y = 4x - 9$ বা, $y = \frac{4x - 9}{6}$
x এর বিভিন্ন মানের জন্য y এর মান বের করে নিচের ছকটি তৈরি করি:

x	−12	−6	−3	0	3	6
y	$-\frac{19}{2}$	$-\frac{11}{2}$	$-\frac{7}{2}$	$-\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{2}$

ছক-২

মনে করি, XOX′ ও YOY′ বরাবর যথাক্রমে x-অক্ষ ও y-অক্ষ এবং O মূলবিন্দু। উভয় অক্ষের ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি দুই বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি। ছক-১ হতে প্রাপ্ত $(-2, 8)$, $(0, 5)$, $(2, 2)$, $(4, -1)$, $(6, -4)$ ও $(8, -7)$ বিন্দুগুলো লেখ কাগজে স্থাপন করি। এই বিন্দুগুলো যোগ করে উভয়দিকে বর্ধিত করে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল যা (i) নং সমীকরণ দ্বারা নির্দেশিত সরলরেখার লেখচিত্র।
আবার, ছক-২ হতে প্রাপ্ত $\left(-12, -\frac{19}{2}\right)$, $\left(-6, -\frac{11}{2}\right)$, $\left(-3, -\frac{7}{2}\right)$, $\left(0, -\frac{3}{2}\right)$, $\left(3, \frac{1}{2}\right)$ ও $\left(6, \frac{5}{2}\right)$ বিন্দুগুলো লেখ কাগজে স্থাপন করি। এই বিন্দুগুলো যোগ করে উভয়দিকে বর্ধিত করে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। যা (ii) নং সমীকরণ দ্বারা নির্দেশিত সরলরেখার লেখচিত্র।



এই সরলরেখাটি পূর্বোক্ত সরলরেখাকে A বিন্দুতে ছেদ করে। A বিন্দু উভয় সরলরেখার সাধারণ বিন্দু। এর স্থানাঙ্ক উভয় সমীকরণকে সিদ্ধ করে। লেখ থেকে দেখা যায় যে, A বিন্দুর ভুজ 3 এবং কোটি $\frac{1}{2}$।
$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = \left(3, \frac{1}{2}\right)$ এবং $\frac{x}{y} = \frac{3}{\frac{1}{2}} = 6$। **(Ans.)**

★★ প্রশ্ন ▸ ৬ *ভিকারুননিসা নূন স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা*

$3x + 4y = 18$ এবং $4x - 3y = -1$ দুইটি সরল সমীকরণ।
◄ শিখনফল ১, ২ ও ৫

ক. $(10, -3)$ বিন্দুটি কোন সমীকরণকে সিদ্ধ করে নির্ণয় করো। ২
খ. অপনয়ন পদ্ধতিতে সমীকরণদ্বয় সমাধান করো। ৪
গ. লেখের সাহায্যে সমীকরণদ্বয় সমাধান করো। ৪

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত সমীকরণ, $3x + 4y = 18$................ (i)
$4x - 3y = -1$................(ii)
(i) নং এর বামপক্ষে $(10, -3)$ বসিয়ে পাই,
বামপক্ষ $= 3.10 + 4(-3) = 30 - 12 = 18 =$ ডানপক্ষ
$\therefore$ (i) নং সমীকরণকে $(10, -3)$ বিন্দুটি সিদ্ধ করে।
(ii) নং এর বামপক্ষে $(10, -3)$ বসিয়ে পাই,
বামপক্ষ $= 4.10 - 3(-3) = 40 + 9 = 49 \neq$ ডানপক্ষ
$\therefore$ (ii) নং সমীকরণকে $(10, -3)$ বিন্দুটি সিদ্ধ করে না।
$\therefore$ ১ম সমীকরণটিকে $(10, -3)$ বিন্দুটি সিদ্ধ করে। **(Ans.)**

গণিত

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

খ প্রদত্ত সমীকরণ, $3x + 4y = 18$ .... (i)

$4x - 3y = -1$ ....(ii)

(i) নং এর উভয়পক্ষে 3 দ্বারা গুণ এবং (ii) নং এর উভয়পক্ষে 4 দ্বারা গুণ করে পাই,

$9x + 12y = 54$

$16x - 12y = -4$

$25x = 50$ [যোগ করে]

$\therefore x = 2$

x এর মান (i) নং এ বসিয়ে, $3.2 + 4y = 18$

বা, $4y = 18 - 6$ বা, $4y = 12$ $\therefore y = 3$

অপনয়ন পদ্ধতিতে প্রাপ্ত সমাধান, $(x, y) = (2, 3)$ **(Ans.)**

গ প্রদত্ত সমীকরণ, $3x + 4y = 18$ .... (i)

$4x - 3y = -1$ ....(ii)

(i) নং হতে পাই, $4y = 18 - 3x$ $\therefore y = \frac{18 - 3x}{4}$

x এর বিভিন্ন মানের জন্য y এর মান বের করে নিচের ছকটি তৈরি করি:

x	−2	2	6	10
y	6	3	0	−3

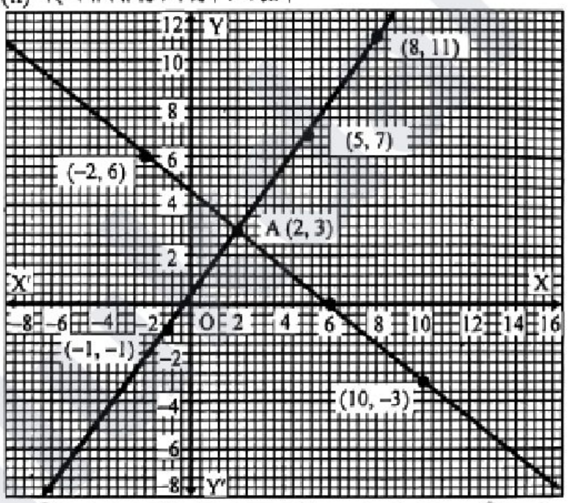
আবার, (ii) নং হতে, $3y = 4x + 1$ $\therefore y = \frac{4x + 1}{3}$

x এর বিভিন্ন মানের জন্য y এর মান বের করে নিচের ছকটি তৈরি করি:

x	−1	2	5	8
y	−1	3	7	11

মনে করি, XOX′ এবং YOY′ যথাক্রমে x-অক্ষ ও y-অক্ষ এবং O মূলবিন্দু। উভয় অক্ষের ক্ষুদ্রতম বর্গের 5 বাহুর দৈর্ঘ্যকে 2 একক ধরে (−2, 6), (2, 3), (6, 0) ও (10, −3) বিন্দুগুলো স্থাপন করি এবং স্কেলের সাহায্যে যোগ করি। প্রাপ্ত সরলরেখাটি (i) নং সমীকরণকে নির্দেশ করে।

আবার, একইভাবে (−1, −1), (2, 3), (5, 7) ও (8, 11) বিন্দুগুলো স্থাপন করে স্কেলের সাহায্যে যোগ করি। প্রাপ্ত সরলরেখাটি (ii) নং সমীকরণকে নির্দেশ করে।



লেখচিত্র হতে দেখা যায়, সরলরেখাদ্বয় পরস্পরকে A বিন্দুতে ছেদ করে, যার স্থানাঙ্ক (2, 3)

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (2, 3)$

★ প্রশ্ন ▸ ৭ *বীরশ্রেষ্ঠ মুন্সী আব্দুর রউফ পাবলিক কলেজ, ঢাকা*

একটি প্রকৃত ভগ্নাংশের লব ও হরের যোগফল 14 ও বিয়োগফল 4. *◂ শিখনফল ২ ও ৩*

ক. প্রদত্ত তথ্যের আলোকে সমীকরণ জোট গঠন করো। ২

খ. প্রকৃত ভগ্নাংশটি নির্ণয় করো। ৪

গ. দুই অঙ্কবিশিষ্ট কোনো সংখ্যার অঙ্কদ্বয়ের সমষ্টি ভগ্নাংশটির হরের সমান। অঙ্কদ্বয় স্থান বিনিময় করলে তা পূর্বের সংখ্যা অপেক্ষা 45 কম হয়। সংখ্যাটি নির্ণয় করো। ৪

৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ধরি, প্রকৃত ভগ্নাংশের লব = x এবং হর = y

যেহেতু ভগ্নাংশটি প্রকৃত তাই $y > x$

১ম শর্তানুসারে, $x + y = 14$ .... (i)

২য় শর্তানুসারে, $y - x = 4$ .... (ii)

$\therefore$ নির্ণেয় সমীকরণ জোট: $x + y = 14$

$y - x = 4$ **(Ans.)**

খ 'ক' হতে প্রাপ্ত সমীকরণ জোট: $x + y = 14$ ....(i)

$y - x = 4$ .... (ii)

(i) ও (ii) যোগ করে পাই, $x + y + y - x = 14 + 4$

বা, $2y = 18$ $\therefore y = \frac{18}{2} = 9$

(i) থেকে (ii) বিয়োগ করে পাই, $x + y - (y - x) = 14 - 4$

বা, $x + y - y + x = 10$ বা, $2x = 10$ $\therefore x = \frac{10}{2} = 5$

$\therefore$ প্রকৃত ভগ্নাংশের লব ও হর যথাক্রমে 5 ও 9।

$\therefore$ প্রকৃত ভগ্নাংশটি $= \frac{5}{9}$ **(Ans.)**

গ 'খ' হতে পাই, ভগ্নাংশটির হর = 9

মনে করি, একক স্থানীয় অঙ্কটি a

এবং দশক স্থানীয় অঙ্কটি b।

$\therefore$ সংখ্যাটি হবে $= 10b + a$

এবং স্থান বিনিময়কৃত সংখ্যাটি হবে $10a + b$

১ম শর্তানুসারে, $a + b = 9$ .... (i)

২য় শর্তানুসারে, $(10b + a) - (10a + b) = 45$

বা, $10b + a - 10a - b = 45$

বা, $9b - 9a = 45$ বা, $9(b - a) = 45$

$\therefore b - a = \frac{45}{9} = 5$ .... (ii)

সমীকরণ (i) ও (ii) যোগ করি, $a + b + b - a = 9 + 5$

বা, $2b = 14$ $\therefore b = \frac{14}{2} = 7$

সমীকরণ (i) থেকে (ii) বিয়োগ করি, $a + b - (b - a) = 9 - 5$

বা, $a + b - b + a = 4$ বা, $2a = 4$

$\therefore a = \frac{4}{2} = 2$

$\therefore$ সংখ্যাটি হলো $= 10 \times 7 + 2 = 72$ **(Ans.)**

★ প্রশ্ন ▸ ৮ *রাজবাড়ী সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়*

$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = \frac{2}{a} + \frac{1}{b}$ ... ... (i)

$\frac{x}{b} - \frac{y}{a} = \frac{2}{b} - \frac{1}{a}$ ... ... (ii) *◂ শিখনফল ১ ও ২*

ক. সহসমীকরণ এবং সরল সহসমীকরণ কাকে বলে? ২

খ. প্রতিস্থাপন পদ্ধতিতে সমীকরণ দুইটি সমাধান করো। ৪

গ. অপনয়ন পদ্ধতিতে সমীকরণ দুইটি সমাধান করো। ৪

৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক **সরল সমীকরণ:** একঘাত বিশিষ্ট সমীকরণ হলো সরল সমীকরণ। যেমন: $x + y = 5$ একটি সরল সমীকরণ।

সরল সহসমীকরণ: চলকের মান দ্বারা একাধিক সমীকরণ সিদ্ধ হলে, সমীকরণসমূহকে একত্রে সহসমীকরণ বলা হয় এবং চলক একঘাত বিশিষ্ট হলে সহসমীকরণকে সরল সহসমীকরণ বলে। যেমন: $x + y = 5$ এবং $x - y = 3$ সমীকরণ দুইটি সহসমীকরণ। এদের একমাত্র সমাধান $x = 4$, $y = 1$ যা $(x, y) = (4, 1)$ দ্বারা প্রকাশ করা যায়।

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

খ প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = \frac{2}{a} + \frac{1}{b}$ .... (i)

$\frac{x}{b} - \frac{y}{a} = \frac{2}{b} - \frac{1}{a}$ .... (ii)

সমীকরণ (ii) হতে পাই, $\frac{x}{b} - \frac{2}{b} + \frac{1}{a} = \frac{y}{a}$

বা, $\frac{y}{a} = \frac{ax - 2a + b}{ab}$ $\therefore y = \frac{ax - 2a + b}{b}$ .... (iii)

সমীকরণ (i) এ $y = \frac{ax - 2a + b}{b}$ বসিয়ে পাই,

$\frac{x}{a} + \frac{ax - 2a + b}{b^2} = \frac{2}{a} + \frac{1}{b}$

বা, $\frac{b^2x + a(ax - 2a + b)}{ab^2} = \frac{2b + a}{ab}$

বা, $b^2x + a^2x - 2a^2 + ab = 2b^2 + ab$

[উভয়পক্ষকে ab^2 দ্বারা গুণ করে]

বা, $x(a^2 + b^2) = 2a^2 + 2b^2 + ab - ab$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $x(a^2 + b^2) = 2(a^2 + b^2)$ বা, $x = \frac{2(a^2 + b^2)}{(a^2 + b^2)}$ $\therefore x = 2$

এখন সমীকরণ (iii) এ $x = 2$ বসিয়ে পাই,

$y = \frac{a.2 - 2a + b}{b}$ বা, $y = \frac{2a - 2a + b}{b}$ বা, $y = \frac{b}{b}$ $\therefore y = 1$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (2, 1)$ **(Ans.)**

গ প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = \frac{2}{a} + \frac{1}{b}$ ....(i)

$\frac{x}{b} - \frac{y}{a} = \frac{2}{b} - \frac{1}{a}$ ....(ii)

সমীকরণ (i) কে $\frac{1}{a}$ দ্বারা এবং সমীকরণ (ii) কে $\frac{1}{b}$ দ্বারা গুণ করে পাই,

$\frac{x}{a^2} + \frac{y}{ab} = \frac{2}{a^2} + \frac{1}{ab}$

$\frac{x}{b^2} - \frac{y}{ab} = \frac{2}{b^2} - \frac{1}{ab}$

$\frac{x}{a^2} + \frac{x}{b^2} = \frac{2}{a^2} + \frac{2}{b^2}$ [যোগ করে]

বা, $x\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}\right) = 2\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}\right)$

$\therefore x = 2$ [উভয়পক্ষকে $\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}\right)$ দ্বারা ভাগ করে]

এখন, সমীকরণ (i) এ $x = 2$ বসিয়ে পাই, $\frac{2}{a} + \frac{y}{b} = \frac{2}{a} + \frac{1}{b}$

বা, $\frac{y}{b} = \frac{2}{a} - \frac{2}{a} + \frac{1}{b}$ [পক্ষান্তর করে]

বা, $\frac{y}{b} = \frac{1}{b}$ $y = 1$ [b দ্বারা গুণ করে]

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান, $(x, y) = (2, 1)$ **(Ans.)**

★ প্রশ্ন ► ৯ *সরকারি অগ্রগামী বালিকা উচ্চ বিদ্যালয় ও কলেজ, সিলেট*

i. $7x + 3y = 10$ এবং $5x - 2y = 3$ দুইটি সরল সমীকরণ।

ii. $x - 3y = -5$ এবং $x + y = 15$ অপর দুইটি সরল সমীকরণ।

◀ শিখনফল ১, ২, ৩ ৪ ৫

ক. দুইটি সংখ্যার যোগফল 130 এবং বিয়োগফল 20 হলে সংখ্যা দুইটি নির্ণয় করো। ২

খ. প্রতিস্থাপন পদ্ধতিতে (i) নং এর সমীকরণদ্বয় সমাধান করো। ৪

গ. (ii) নং সমীকরণদ্বয়কে লেখের মাধ্যমে প্রকাশ করো। ৪

৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ধরি, সংখ্যাদ্বয় x ও y এবং $x > y$

প্রশ্নমতে, $x + y = 130$ ....(i)

$x - y = 20$ ....(ii)

(i) ও (ii) নং যোগ করে পাই, $x + y + x - y = 130 + 20$

বা, $2x = 150$ $\therefore x = 75$

x এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই, $75 + y = 130$

$\therefore y = 130 - 75 = 55$

$\therefore$ সংখ্যাদ্বয় 75 ও 55 **(Ans.)**

খ $7x + 3y = 10$ ... ... (i) $5x - 2y = 3$ ... ... (ii)

(ii) নং হতে পাই, $5x - 2y = 3$

বা, $5x = 3 + 2y$ বা, $x = \frac{3 + 2y}{5}$ ... ... (iii)

(i) নং এ $x = \frac{3 + 2y}{5}$ বসিয়ে পাই, $7 \times \frac{3 + 2y}{5} + 3y = 10$

বা, $\frac{21 + 14y}{5} + 3y = 10$ বা, $\frac{21 + 14y + 15y}{5} = 10$

বা, $21 + 14y + 15y = 50$ বা, $29y = 50 - 21$ বা, $29y = 29$ বা, $y = 1$

y এর মান (iii) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$x = \frac{3 + 2 \times 1}{5} = \frac{3 + 2}{5} = \frac{5}{5} = 1$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $(x, y) = (1, 1)$

গ $x - 3y = -5$ ....(i)

$x + y = 15$ ....(ii)

সমীকরণ (i) হতে পাই, $3y = x + 5$ $\therefore y = \frac{x + 5}{3}$

x এর বিভিন্ন মানের জন্য y এর মান বের করে নিচের ছকটি তৈরি করি:

x	1	4	7	–2	10
y	2	3	4	1	5

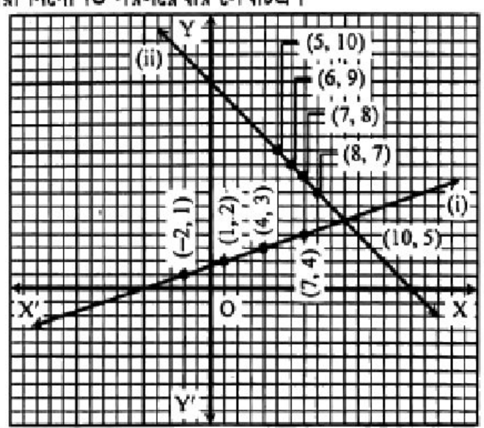
(ii) এর সমীকরণ হতে পাই, $y = 15 - x$

x এর বিভিন্ন মানের জন্য y এর মান বের করে নিচের ছকটি তৈরি করি:

x	5	7	6	10	8
y	10	8	9	5	7

মনে করি, XOX′ ও YOY′ যথাক্রমে x-অক্ষ ও y-অক্ষ এবং O মূলবিন্দু। উভয় অক্ষের ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতিবাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি। ছক-১ এর (1,2), (4,3), (7,4), (–2,1) ও (10,5) বিন্দুগুলোকে লেখ কাগজে স্থাপন করি। এই বিন্দুগুলো যোগ করে উভয় দিকে বর্ধিত করে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। যা (i) নং সমীকরণ দ্বারা নির্দেশিত সরলরেখার লেখচিত্র।

আবার, ছক-২ এর (5,10), (7,8), (6,9), (10,5), (8,7) বিন্দুগুলো লেখ কাগজে স্থাপন করি। এই বিন্দুগুলো যোগ করে উভয় দিকে বর্ধিত করে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল। যা, (ii) নং সমীকরণ দ্বারা নির্দেশিত সরলরেখার লেখচিত্র।



এই সরলরেখাটি পূর্বোক্ত সরলরেখাকে A বিন্দুতে ছেদ করে। A বিন্দু উভয় সরলরেখার সাধারণ বিন্দু। এর স্থানাঙ্ক উভয় সমীকরণকে সিদ্ধ করে। লেখ থেকে দেখা যায় যে, A বিন্দুর ভুজ 10 এবং কোটি 5।

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $(x,y) = (10,5)$ **(Ans.)**

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

★★ প্রশ্ন ▸১০ *গভর্নমেন্ট ল্যাবরেটরি হাই স্কুল, ঢাকা*

(i) $P = a^2 - 2a - 8$, $Q = a^2 - 3a - 10$ এবং $R = a^2 - 8a + 15$ তিনটি বীজগণিতীয় রাশি।

(ii) $9x - 7y = 13$ এবং $5x - 3y = 9$ দুইটি সরল সমীকরণ।

◂ অধ্যায় ৫ ও ৬ এর সমন্বয়ে

ক. $\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right) \div \left(\frac{1}{y} - \frac{1}{x}\right)$ এর মান নির্ণয় করো। ২

খ. $\frac{1}{P}, \frac{1}{Q}, \frac{1}{R}$ কে সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশে প্রকাশ করো। ৪

গ. অপনয়ন পদ্ধতিতে (ii) এর সমীকরণ জোটের সমাধান করো। ৪

১০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত রাশি $= \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right) \div \left(\frac{1}{y} - \frac{1}{x}\right)$

$= \frac{y-x}{xy} \div \frac{x-y}{xy} = \frac{-(x-y)}{xy} \times \frac{xy}{x-y} = -1$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে,

$P = a^2 - 2a - 8 = a^2 - 4a + 2a - 8 = a(a-4) + 2(a-4)$
$= (a-4)(a+2)$

$Q = a^2 - 3a - 10 = a^2 - 5a + 2a - 10 = a(a-5) + 2(a-5)$
$= (a-5)(a+2)$

$R = a^2 - 8a + 15 = a^2 - 5a - 3a + 15 = a(a-5) - 3(a-5)$
$= (a-5)(a-3)$

এখন, $\frac{1}{P} = \frac{1}{(a-4)(a+2)}, \frac{1}{Q} = \frac{1}{(a-5)(a+2)}$ এবং $\frac{1}{R} = \frac{1}{(a-5)(a-3)}$

ভগ্নাংশ তিনটির হর $(a-4)(a+2), (a-5)(a+2), (a-5)(a-3)$

এর লসাগু $(a-4)(a+2)(a-5)(a-3)$

$\therefore \frac{1}{P} = \frac{(a-5)(a-3)}{(a-4)(a+2)(a-5)(a-3)}$ **(Ans.)**

$\therefore \frac{1}{Q} = \frac{(a-4)(a-3)}{(a-4)(a+2)(a-5)(a-3)}$ **(Ans.)**

$\therefore \frac{1}{R} = \frac{(a-4)(a+2)}{(a-4)(a+2)(a-5)(a-3)}$ **(Ans.)**

গ প্রদত্ত সহসমীকরণ, $9x - 7y = 13$ .... (i)
$5x - 3y = 9$ .... (ii)

(i) নং সমীকরণকে 3 দ্বারা এবং (ii) নং সমীকরণকে 7 দ্বারা গুণ করে পাই, $27x - 21y = 39$ .... (iii)
$35x - 21y = 63$ .... (iv)

এখন (iv) হতে (iii) নং বিয়োগ করে পাই, $8x = 24 \quad \therefore x = 3$

(i) নং সমীকরণে x এর মান বসিয়ে পাই, $9 \times 3 - 7y = 13$

বা, $27 - 13 = 7y$ বা, $7y = 14 \therefore y = 2$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (3, 2)$ **(Ans.)**

★★ প্রশ্ন ▸১১ *শিখনফলভিত্তিক অনন্য প্রশ্ন-১*

$4x - 11y = 75$ এবং $7x + 5y = 10$ দুইটি সমীকরণ।

◂ শিখনফল ১, ২ ও ৫

ক. $ax - by = ab$ সমীকরণটিকে $y = px + q$ আকারে প্রকাশ করো। ২

খ. প্রথম সমীকরণের জন্য সারণিটি পূরণ করো:

x	0		27	
y		0		− 17

৪

গ. লেখচিত্রের সাহায্যে সমীকরণ দুইটি সমাধান করো। ৪

১১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $ax - by = ab$

বা, $by = ax - ab$ বা, $y = \frac{ax - ab}{b}$ বা, $y = \frac{ax}{b} - \frac{ab}{b}$

বা, $y = \left(\frac{a}{b}\right)x - a$ ... ... (iii)

$\therefore y = px + q$, যেখানে, $p = \frac{a}{b}$ এবং $q = -a$ **(Ans.)**

খ প্রথম সমীকরণটি, $4x - 11y = 75$ .... (i)

$x = 0$ হলে, $-11y = 75$ বা, $y = -\frac{75}{11}$

$x = 27$ হলে, $4 \times 27 - 11y = 75$ বা, $y = 3$

$y = 0$ হলে, $4x = 75$ বা, $x = \frac{75}{4}$

$y = -17$ হলে, $4x - 11 \times (-17) = 75$ বা, $x = -28$

প্রদত্ত সারণিটি পূরণ করে পাই,

x	0	$\frac{75}{4}$	27	− 28
y	$-\frac{75}{11}$	0	3	− 17

গ প্রদত্ত সমীকরণ, $4x - 11y = 75$ ....(i)
$7x + 5y = 10$ ....(ii)

সমীকরণ (i) নং হতে পাই, $11y = 4x - 75 \quad \therefore y = \frac{4x - 75}{11}$

x-এর বিভিন্ন মানের জন্য y-এর মান বের করে নিচের ছকটি তৈরি করি:

x	− 28	5	27
y	− 17	− 5	3

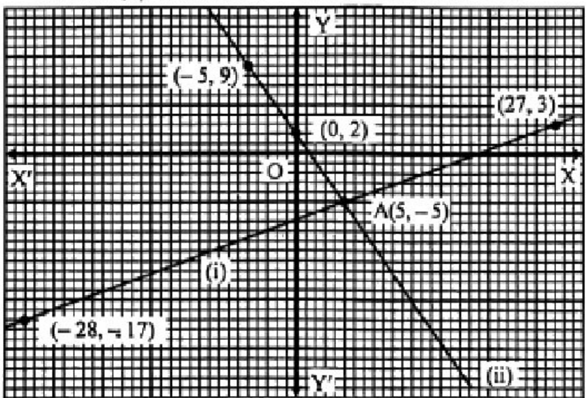
সমীকরণ (ii) নং হতে পাই, $5y = 10 - 7x \quad \therefore y = \frac{10 - 7x}{5}$

x- এর বিভিন্ন মানের জন্য y-এর মান বের করে নিচের ছকটি তৈরি করি:

x	0	5	− 5
y	2	− 5	9

মনে করি, XOX′ ও YOY′ যথাক্রমে X-অক্ষ ও Y-অক্ষ এবং O মূলবিন্দু। উভয় অক্ষের ক্ষুদ্রতম 1 বর্গ ঘরের দৈর্ঘ্যকে একক ধরি। (− 28, − 17), (27, 3) ও (5, − 5) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করি। এই বিন্দুগুলো যোগ করে উভয় দিকে বর্ধিত করলে সমীকরণ (i) দ্বারা নির্দেশিত সরলরেখার লেখচিত্র পাই।

আবার, (0, 2), (5, − 5) ও (− 5, 9) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করি। এই বিন্দুগুলো যোগ করে উভয় দিকে বর্ধিত করলে সমীকরণ (ii) দ্বারা নির্দেশিত সরলরেখার লেখচিত্র পাই।



এই সরলরেখাটি পূর্বোক্ত সরলরেখাকে A বিন্দুতে ছেদ করে। লেখ থেকে দেখা যায়, A বিন্দুর ভুজ 5 এবং কোটি − 5।

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান, $(x, y) = (5, -5)$ **(Ans.)**

★★ প্রশ্ন ▸১২ *শিখনফলভিত্তিক অনন্য প্রশ্ন-২*

(i) একটি আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য প্রস্থের দ্বিগুণ অপেক্ষা 10 মিটার কম এবং বাগানটির পরিসীমা 100 মিটার।

(ii) $\frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 6$ এবং $\frac{x}{2} + \frac{y}{4} = 4$ দুইটি সমীকরণ। *◂ শিখনফল ১, ২ ও ৩*

ক. (9, 6) উদ্দীপকের কোন সমীকরণটির মূল? ২

খ. অপনয়ন পদ্ধতিতে সমাধান করে বাগানটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় করো। ৪

গ. (ii) নং হতে সমীকরণ দুইটি প্রতিস্থাপন পদ্ধতিতে সমাধান এবং শুদ্ধি পরীক্ষা করো। ৪

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

১২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\frac{x}{3}+\frac{y}{4}=6$ ... ... (i)

$\frac{x}{2}+\frac{y}{4}=4$ ... ... (ii)

১ম সমীকরণে, (x, y) = (9, 6) বসিয়ে পাই,

বামপক্ষ $=\frac{9}{3}+\frac{6}{4}=3+\frac{3}{2}=\frac{9}{2}\neq 6$

$\therefore$ বামপক্ষ $\neq$ ডানপক্ষ

২য় সমীকরণে (x, y) = (9, 6) বসিয়ে পাই,

বামপক্ষ $=\frac{9}{2}+\frac{6}{4}=\frac{12}{2}=6\neq 4$

$\therefore$ বামপক্ষ $\neq$ ডানপক্ষ

$\therefore$ (9, 6) উদ্দীপকের কোনো সমীকরণের মূল নয়। **(Ans.)**

খ ধরি, দৈর্ঘ্য = x মিটার এবং প্রস্থ = y মিটার

১ম শর্তমতে, $x=2y-10$

$\therefore x-2y=-10$ ... ... (i)

২য় শর্তমতে, $2(x+y)=100$

$\therefore x+y=50$ ... ... (ii)

সমীকরণ (i) হতে সমীকরণ (ii) বিয়োগ করি,

$x-2y=-10$

$x+y=50$

(–) (–) (–)

$-3y=-60$

বা, $y=\frac{-60}{-3}$

$\therefore y=20$

$\therefore$ y এর মান সমীকরণ (i) এ বসিয়ে পাই, $x-2\times20=-10$

বা, $x=-10+40$ $\therefore x=30$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান, (x, y) = (30, 20) **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে, $\frac{x}{3}+\frac{y}{4}=6$ ... ... (i)

$\frac{x}{2}+\frac{y}{4}=4$ ... ... (ii)

(i) হতে পাই, $\frac{y}{4}=6-\frac{x}{3}$

বা, $y=4\left(6-\frac{x}{3}\right)$ ... ... (iii)

(ii) নং সমীকরণে $y=4\left(6-\frac{x}{3}\right)$ বসিয়ে পাই,

$\frac{x}{2}+\frac{4\left(6-\frac{x}{3}\right)}{4}=4$ বা, $\frac{x}{2}+6-\frac{x}{3}=4$ বা, $\frac{3x-2x}{6}=-2$

$\therefore x=-12$

x এর মান (iii) এ বসিয়ে পাই, $y=4\left(6-\frac{-12}{3}\right)$

বা, $y=4\times10=40$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান, (x, y) = (–12, 40)

শুদ্ধি পরীক্ষা: (x, y) = (–12, 40) হলে,

১ম সমীকরণের বামপক্ষ $=\frac{-12}{3}+\frac{40}{4}=-4+10=6=$ ডানপক্ষ

২য় সমীকরণের বামপক্ষ $=\frac{-12}{2}+\frac{40}{4}=-6+10=4=$ ডানপক্ষ

সুতরাং সমাধানটি সঠিক হয়েছে।

★★ প্রশ্ন ▶ ১৩ *শিখনফলভিত্তিক অনন্য প্রশ্ন-৩*

(i) $P=\frac{81-y^4}{9-6y+y^2}$, $Q=\frac{(3+y)^2-9y}{27-y^3}$,

$R=\frac{3+y}{(3+y)^2-3y}$ তিনটি বীজগণিতীয় ভগ্নাংশ।

(ii) একটি আয়তকার বাগানের দৈর্ঘ্য প্রস্থের তিনগুণ অপেক্ষা 5 মিটার কম এবং বাগানটির পরিসীমা 30 মিটার। ◀ *অধ্যায় ৫ ও ৬ এর সমন্বয়ে*

ক. P কে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ করো। ২

খ. $\frac{R-Q}{R+Q}$ নির্ণয় করো। ৪

গ. (ii) উদ্দীপক থেকে প্রাপ্ত সমীকরণদ্বয় লেখচিত্রের সাহায্যে সমাধান করো। ৪

১৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $P=\frac{81-y^4}{9-6y+y^2}=\frac{9^2-(y^2)^2}{3^2-2.3y+y^2}=\frac{(9+y^2)(9-y^2)}{(3-y)^2}$

$=\frac{(9+y^2)(3+y)(3-y)}{(3-y)^2}=\frac{(9+y^2)(3+y)}{3-y}$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে,

$Q=\frac{(3+y)^2-9y}{27-y^3}=\frac{9+6y+y^2-9y}{3^3-y^3}=\frac{9-3y+y^2}{(3-y)(9+3y+y^2)}$

$R=\frac{3+y}{(3+y)^2-3y}=\frac{3+y}{9+6y+y^2-3y}=\frac{3+y}{9+3y+y^2}$

$R+Q=\frac{3+y}{9+3y+y^2}+\frac{9-3y+y^2}{(3-y)(9+3y+y^2)}$

$=\frac{(3+y)(3-y)+9-3y+y^2}{(3-y)(9+3y+y^2)}=\frac{9-y^2+9-3y+y^2}{(3-y)(9+3y+y^2)}$

$=\frac{18-3y}{(3-y)(9+3y+y^2)}$

$R-Q=\frac{3+y}{9+3y+y^2}-\frac{9-3y+y^2}{(3-y)(9+3y+y^2)}$

$=\frac{(3+y)(3-y)-(9-3y+y^2)}{(3-y)(9+3y+y^2)}$

$=\frac{9-y^2-9+3y-y^2}{(3-y)(9+3y+y^2)}=\frac{3y-2y^2}{(3-y)(9+3y+y^2)}$

$\therefore \frac{R-Q}{R+Q}=\frac{\frac{3y-2y^2}{(3-y)(9+3y+y^2)}}{\frac{18-3y}{(3-y)(9+3y+y^2)}}=\frac{3y-2y^2}{18-3y}$ **(Ans.)**

গ ধরি, আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য x মিটার ও প্রস্থ y মিটার

১ম শর্তমতে, $x=3y-5$ ... ... (i)

২য় শর্তমতে, $2(x+y)=30$ ... ... (ii)

(i) নং সমীকরণ থেকে পাই, $3y=x+5$ $\therefore y=\frac{x+5}{3}$

x এর বিভিন্ন মানের জন্য y এর মান বের করে নিচের ছকটি তৈরি করি:

x	1	4	7	10	13
y	2	3	4	5	6

(ii) নং সমীকরণ থেকে পাই, $x+y=15$ $\therefore y=15-x$

x এর বিভিন্ন মানের জন্য y এর মান বের করে নিচের ছকটি তৈরি করি:

x	1	3	5	7	10
y	14	12	10	8	5

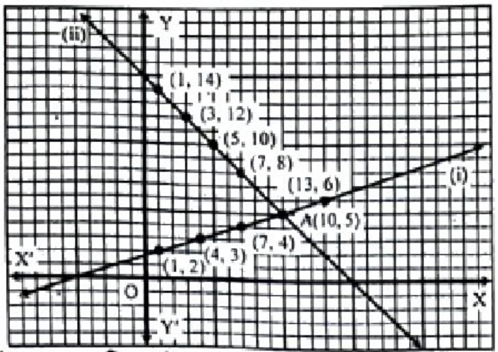
মনে করি, XOX' ও YOY' যথাক্রমে X-অক্ষ ও Y-অক্ষ এবং এবং O মূলবিন্দু। উভয় অক্ষের ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি এক বাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে (1, 2), (4, 3), (7, 4), (10, 5) ও (13, 6) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করি এবং উভয় দিকে বর্ধিত করি। এটি (i) দ্বারা নির্দেশিত সরলরেখার লেখচিত্র।

আবার, (1, 14), (3, 12), (5, 10), (7,8) ও (10, 5) বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে উভয়দিকে বর্ধিত করি যা একটি সরলরেখা নির্দেশ করে। এটি (ii) দ্বারা নির্দেশিত সরলরেখার লেখচিত্র।

গণিত

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd



এই সরলরেখাটি পূর্বোক্ত সরলরেখাকে A বিন্দুতে ছেদ করে। A বিন্দু উভয় সরলরেখার সাধারণ বিন্দু। এর স্থানাঙ্ক উভয় সমীকরণকে সিদ্ধ করে। লেখ থেকে দেখা যায় যে, A বিন্দুর ভুজ 10 এবং কোটি 5।

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (10, 5)$ **(Ans.)**

★ প্রশ্ন ▸ ১৪ — *শিখনফলভিত্তিক অনন্য প্রশ্ন-৪*

$A = 8x^3 - 12x^2y + 6xy^2 - y^3$; $B = x + 4y$; $C = B^2 - 8xy - 25y^2$, $D = 2B - 2y$ এবং $E = \frac{x - 3y}{x - 3y + 6}$ পাঁচটি বীজগণিতীয় রাশি। *◂ অধ্যায় ৪, ৫ ও ৬ এর সমন্বয়ে*

ক. $BM = x^3 + 64y^3$ হলে, M এর মান কত? ২

খ. দেখাও যে, $\left(\frac{3}{C} + \frac{1}{D}\right) \times E = \frac{1}{2(B - y)}$ ৪

গ. $A = 8$ ও $B = 22$ হলে, অপনয়ন পদ্ধতিতে (x, y) নির্ণয় করো। ৪

১৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $BM = x^3 + 64y^3$ বা, $(x + 4y)M = x^3 + (4y)^3$

বা, $(x + 4y)M = (x + 4y)(x^2 - 4xy + 16y^2)$

বা, $M = \frac{(x + 4y)(x^2 - 4xy + 16y^2)}{x + 4y}$

$\therefore M = x^2 - 4xy + 16y^2$ **(Ans.)**

খ উদ্দীপক অনুসারে, $C = B^2 - 8xy - 25y^2$

$= (x + 4y)^2 - 8xy - 25y^2$

$= x^2 + 2.x.4y + (4y)^2 - 8xy - 25y^2$

$= x^2 + 8xy + 16y^2 - 8xy - 25y^2$

$= x^2 - 9y^2 = x^2 - (3y)^2 = (x + 3y)(x - 3y)$

$D = 2B - 2y = 2(x + 4y) - 2y = 2x + 8y - 2y$

$= 2x + 6y = 2(x + 3y)$

বামপক্ষ $= \left(\frac{3}{C} + \frac{1}{D}\right) \times E = \left\{\frac{3}{(x+3y)(x-3y)} + \frac{1}{2(x+3y)}\right\} \times \frac{x - 3y}{x - 3y + 6}$ [মান বসিয়ে]

$= \frac{6 + x - 3y}{2(x + 3y)(x - 3y)} \times \frac{x - 3y}{x - 3y + 6}$

$= \frac{1}{2(x + 3y)} = \frac{1}{2\{(x + 4y) - y\}} = \frac{1}{2(B - y)}$ = ডানপক্ষ

$\therefore \left(\frac{3}{C} + \frac{1}{D}\right) \times E = \frac{1}{2(B - y)}$ **(দেখানো হলো)**

গ দেওয়া আছে, $A = 8$ বা, $8x^3 - 12x^2y + 6xy^2 - y^3 = 8$

বা, $(2x)^3 - 3.(2x)^2y + 3.2x.y^2 - y^3 = 8$

বা, $(2x - y)^3 = 2^3$ $\therefore 2x - y = 2$ ... ... (i)

এবং $B = 22$ $\therefore x + 4y = 22$ ... ... (ii)

(i) নং কে 4 দ্বারা গুণ করে পাই, $8x - 4y = 8$ ... ... (iii)

(ii) ও (iii) যোগ করে পাই, $9x = 30$ বা, $x = \frac{30}{9}$ $\therefore x = \frac{10}{3}$

(i) হতে পাই, $2x - y = 2$ বা, $y = 2x - 2$

বা, $y = 2 \times \frac{10}{3} - 2 = \frac{20}{3} - 2 = \frac{20 - 6}{3}$ $\therefore y = \frac{14}{3}$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = \left(\frac{10}{3}, \frac{14}{3}\right)$ **(Ans.)**

গণিত

প্রশ্নব্যাংক

★★ প্রশ্ন ▸ ১৫ — *শিখনফলভিত্তিক অনন্য প্রশ্ন-৫*

(i) $x - y = 2a$
$ax - by = a^2 + b^2$

(ii) $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 3$; $x - \frac{y}{3} = 3$ *◂ শিখনফল ১ ও ২*

ক. সরল সহসমীকরণ বলতে কী বোঝ? ২

খ. প্রতিস্থাপন পদ্ধতিতে ১ম সমীকরণ জোটটির সমাধান নির্ণয় করো। ৪

গ. অপনয়ন পদ্ধতিতে ২য় সমীকরণ জোটটির সমাধান করো। ৪

উত্তর: খ. $(x, y) = (a - b, - a - b)$; গ. $(x, y) = (4, 3)$।

★ প্রশ্ন ▸ ১৬ — *শিখনফলভিত্তিক অনন্য প্রশ্ন-৬*

$2x + y = 3$ ....(i)

$3x + 4y = 2$ ....(ii) *◂ শিখনফল ১ ও ২*

ক. (ii) নং সমীকরণকে $y = mx + c$ আকারে লেখো। ২

খ. প্রতিস্থাপন পদ্ধতিতে সমীকরণদ্বয় সমাধান করো। ৪

গ. অপনয়ন পদ্ধতিতে সমাধান করে দেখাও যে, 'খ' থেকে প্রাপ্ত মান একই। ৪

উত্তর: ক. $y = \frac{-3}{4}x + \frac{1}{2}$; খ. $(2, -1)$।

★★ প্রশ্ন ▸ ১৭ — *শিখনফলভিত্তিক অনন্য প্রশ্ন-৭*

$\frac{4x + 5y}{40} = A$, $\frac{2x - y}{3} + 2y = B$ *◂ অধ্যায় ৫ ও ৬ এর সমন্বয়ে*

ক. সরল করো: $\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a} + 1\right) \div \left(\frac{a^2}{b^2} + \frac{a}{b} + 1\right)$ ২

খ. $A = x - y$ এবং $B = 10$ হলে, দেখাও যে, $x = 5$ এবং $y = 4$ ৪

গ. $A = \frac{1}{8}$ এবং $B = \frac{5}{3}$ হলে উদ্দীপকের সমীকরণ যুগলের সমাধান (x, y) লেখচিত্রের মাধ্যমে নির্ণয় করো। ৪

উত্তর: ক. $\frac{b}{a}$; গ. $(0, 1)$।

★★ প্রশ্ন ▸ ১৮ — *শিখনফলভিত্তিক অনন্য প্রশ্ন-৮*

$\frac{2 + x}{3} + \frac{y - 1}{4} = 3$; $\frac{2x - 3}{5} - \frac{2(1 - 2y)}{10} = 2$ একটি দুই চলকবিশিষ্ট সমীকরণ জোট। *◂ শিখনফল ১ ও ২*

ক. সমীকরণ জোটকে সরলরূপে প্রকাশ করো। ২

খ. প্রতিস্থাপন পদ্ধতিতে সমাধান করো। ৪

গ. অপনয়ন পদ্ধতিতে সমাধান করে সত্যতা যাচাই করো। ৪

উত্তর: ক. $4x + 3y = 31$, $x + y = 7$; খ. $(x, y) = (10, -3)$।

★★ প্রশ্ন ▸ ১৯ — *শিখনফলভিত্তিক অনন্য প্রশ্ন-৯*

সুমন দোকান থেকে 3টি খাতা এবং 2টি পেন্সিল 60 টাকা দিয়ে ক্রয় করল। আবার রিপন একই দোকান থেকে 2টি খাতা এবং 3টি পেন্সিল 50 টাকা দিয়ে ক্রয় করল। প্রতিটি খাতার মূল্য x টাকা এবং প্রতিটি পেন্সিলের মূল্য y টাকা। *◂ শিখনফল ১, ২ ও ৩*

ক. প্রদত্ত তথ্যের আলোকে দুটি সমীকরণ গঠন করো। ২

খ. প্রতিস্থাপন পদ্ধতিতে x ও y এর মান নির্ণয় করো। ৪

গ. অপনয়ন পদ্ধতিতে x ও y এর মান নির্ণয় করো। ৪

উত্তর: ক. $3x + 2y = 60$; $2x + 3y = 50$; খ. $(16, 6)$; গ. $(16, 6)$।

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

সপ্তম অধ্যায় — সেট

★ প্রশ্ন ▸১ ISC রা. বো. ২০১৬

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $A = \{x \in \mathbb{N} : x^2 > 15$ এবং $x^3 < 225\}$, $B = \{x \in \mathbb{N} : 4 \leq x \leq 7\}$ এবং $C = A \cup B$

◂ শিখনফল ১, ২ ও ৩

ক. A সেটটি তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করো। ২

খ. উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ করো যে, $(A \cap B)' = A' \cup B'$ ৪

গ. C সেটের উপাদান সংখ্যা n হলে, দেখাও যে, P(C) এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে। ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক $A = \{x \in \mathbb{N} : x^2 > 15$ এবং $x^3 < 225\}$

এখন, $x = 3$ হলে $x^2 = 3^2 = 9 \ngtr 15$ এবং $x^3 = 3^3 = 27 < 225$

$x = 4$ হলে $x^2 = 4^2 = 16 > 15$ এবং $x^3 = 4^3 = 64 < 225$

$x = 5$ হলে $x^2 = 5^2 = 25 > 15$ এবং $x^3 = 5^3 = 125 < 225$

$x = 6$ হলে $x^2 = 6^2 = 36 > 15$ এবং $x^3 = 6^3 = 216 < 225$

$x = 7$ হলে $x^2 = 7^2 = 49 > 15$ এবং $x^3 = 7^3 = 343 \nless 225$

$\therefore A = \{4, 5, 6\}$ (Ans.)

খ দেওয়া আছে, $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

$B = \{x \in \mathbb{N} : 4 \leq x \leq 7\} = \{4, 5, 6, 7\}$ এবং $A = \{4, 5, 6\}$ ['ক' হতে]

$\therefore A \cap B = \{4, 5, 6\} \cap \{4, 5, 6, 7\} = \{4, 5, 6\}$

$\therefore (A \cap B)' = U - (A \cap B)$

$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} - \{4, 5, 6\} = \{1, 2, 3, 7\}$

$A' = U - A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} - \{4, 5, 6\} = \{1, 2, 3, 7\}$

$B' = U - B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} - \{4, 5, 6, 7\} = \{1, 2, 3\}$

এখন $A' \cup B' = \{1, 2, 3, 7\} \cup \{1, 2, 3\} = \{1, 2, 3, 7\}$

$\therefore (A \cap B)' = A' \cup B'$ (প্রমাণিত)

গ দেওয়া আছে, $C = A \cup B = \{4, 5, 6\} \cup \{4, 5, 6, 7\} = \{4, 5, 6, 7\}$

C সেটের সকল উপসেটগুলো হলো: $\varnothing$, {4}, {5}, {6}, {7}, {4, 5}, {4, 6}, {4, 7}, {5, 6}, {5, 7}, {6, 7}, {4, 5, 6}, {4, 5, 7}, {4, 6, 7}, {5, 6, 7}, {4, 5, 6, 7}

$\therefore P(C) = \{\varnothing, \{4\}, \{5\}, \{6\}, \{7\}, \{4, 5\}, \{4, 6\}, \{4, 7\}, \{5, 6\}, \{5, 7\}, \{6, 7\}, \{4, 5, 6\}, \{4, 5, 7\}, \{4, 6, 7\}, \{5, 6, 7\}, \{4, 5, 6, 7\}\}$

এখানে, C সেটের উপাদান সংখ্যা, n = 4

আবার, P(C) সেটের উপাদান সংখ্যা $= 16 = 2^4 = 2^n$

$\therefore$ P(C) এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে। (দেখানো হলো)

★ প্রশ্ন ▸২ বীরশ্রেষ্ঠ মুন্সী আব্দুর রউফ পাবলিক কলেজ, ঢাকা

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $P = \{x \in \mathbb{N} : x$, 42 এর মৌলিক গুণনীয়ক$\}$, $Q = \{x \in \mathbb{Z}$: ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা এবং $x^2 < 16\}$, $R = \{x : x$ স্বাভাবিক সংখ্যা এবং $2 < x \leq 6\}$

◂ শিখনফল ১, ২ ও ৩

ক. Q সেটকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করো। ২

খ. P সেটের উপসেটগুলো নির্ণয় করো। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $(P \cup R)' = P' \cap R'$ ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $Q = \{x \in \mathbb{Z}$: ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা এবং $x^2 < 16\}$

এখানে, ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যাসমূহ হলো 1, 2, 3, 4.......

এখন, $x = 1$ হলে, $x^2 = 1^2 = 1 < 16$

$x = 2$ হলে, $x^2 = 2^2 = 4 < 16$

$x = 3$ হলে, $x^2 = 3^2 = 9 < 16$

$x = 4$ হলে, $x^2 = 16$

$\therefore$ x এর মান 1, 2, 3 হলেই কেবল প্রদত্ত শর্তকে সমর্থন করে।

$\therefore$ নির্ণেয় সেট, $Q = \{1, 2, 3\}$ (Ans.)

খ দেওয়া আছে, $P \{x \in \mathbb{N} : x$, 42 এর মৌলিক গুণনীয়ক$\}$

এখন, $42 = 1 \times 42 = 2 \times 21 = 3 \times 14 = 6 \times 7$

$\therefore$ 42 এর গুণনীয়কগুলো হলো: 1, 2, 3, 6, 7, 14, 21 ও 42

এদের মধ্যে মৌলিক গুণনীয়কগুলো হলো: 2, 3 ও 7

সুতরাং, $P = \{2, 3, 7\}$

P সেটের উপসেটগুলো হলো: $\varnothing$, {2}, {3}, {7}, {2, 3}, {2, 7}, {3, 7}, {2, 3, 7} (Ans.)

গ দেওয়া আছে, $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

$P = \{2, 3, 7\}$ ['খ' হতে প্রাপ্ত]

$R = \{x : x$ স্বাভাবিক সংখ্যা এবং $2 < x \leq 6\} = \{3, 4, 5, 6\}$

$\therefore P \cup R = \{2, 3, 7\} \cup \{3, 4, 5, 6\} = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

$\therefore (P \cup R)' = U - (P \cup R)$

$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} - \{2, 3, 4, 5, 6, 7\} = \{1\}$

আবার, $P' = U - P = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} - \{2, 3, 7\} = \{1, 4, 5, 6\}$

এবং $R' = U - R = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} - \{3, 4, 5, 6\} = \{1, 2, 7\}$

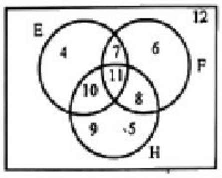
$P' \cap R' = \{1, 4, 5, 6\} \cap \{1, 2, 7\} = \{1\}$

$\therefore (P \cup R)' = P' \cap R'$ (প্রমাণিত)

★★ প্রশ্ন ▸৩ কুমিল্লা ক্যাডেট কলেজ

দৃশ্যকল্প-১: $U = \{t \in \mathbb{N} : 1 \leq t \leq 7\}$, $Q = \{y : y$ ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা এবং $y^4 \leq 256\}$, $S = \{x \in \mathbb{N} : 2 < x \leq 5\}$

দৃশ্যকল্প-২:



◂ শিখনফল ১, ২, ৩ ও ৪

ক. $\{x \in \mathbb{Z} : x^3 > 17$ এবং $x^5 < 7787\}$ সেটটিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করো। ২

খ. দেখাও যে, $(Q \cap S)' = Q' \cup S'$ ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $(H \setminus E) \cup (E \setminus H) = (E \cup H) \setminus (E \cap H)$ ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, সেটটি $= \{x \in \mathbb{Z} : x^3 > 17$ এবং $x^5 < 7787\}$

আমরা জানি, $\mathbb{Z} = \{0, \pm1, \pm2, \pm3, \pm4, \pm5, \pm6, \pm7, ...\}$

কিন্তু $\mathbb{Z}$ এর কোন ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা এবং শূন্যের জন্য প্রদত্ত সেটটি সংজ্ঞায়িত নয়।

এখন, $x = 2$ হলে $x^3 = 2^3 = 8 < 17$ এবং $x^5 = 2^5 = 32 < 7787$

$x = 3$ হলে $x^3 = 3^3 = 27 > 17$ এবং $x^5 = 3^5 = 243 < 7787$

$x = 4$ হলে $x^3 = 4^3 = 64 > 17$ এবং $x^5 = 4^5 = 1024 < 7787$

$x = 5$ হলে $x^3 = 5^3 = 125 > 17$ এবং $x^5 = 5^5 = 3125 < 7787$

$x = 6$ হলে $x^3 = 6^3 = 216 > 17$ এবং $x^5 = 6^5 = 7776 < 7787$

$x = 7$ হলে $x^3 = 7^3 = 343 > 17$ এবং $x^5 = 7^5 = 16807 > 7787$

$\therefore$ নির্ণেয় তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ = {3, 4, 5, 6} (Ans.)

গণিত

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

খ দেওয়া আছে,

$U = \{t \in \mathbb{N} : 1 \le t < 7\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$Q = \{y : y$ ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা এবং $y^4 \le 256\}$

$= \{1, 2, 3, 4\}$

$S = \{x \in \mathbb{N} : 2 < x \le 5\} = \{3, 4, 5\}$

এখন, $Q \cap S = \{1, 2, 3, 4\} \cap \{3, 4, 5\} = \{3, 4\}$

$Q' = U - Q = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} - \{1, 2, 3, 4\} = \{5, 6\}$

$S' = U - S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} - \{3, 4, 5\} = \{1, 2, 6\}$

বামপক্ষ $= (Q \cap S)' = U - (Q \cap S)$

$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} - \{3, 4\} = \{1, 2, 5, 6\}$

ডানপক্ষ $= Q' \cup S' = \{5, 6\} \cup \{1, 2, 6\} = \{1, 2, 5, 6\}$

$\therefore (Q \cap S)' = Q' \cup S'$ **(দেখানো হলো)**

গ ভেনচিত্র থেকে পাই, $E = \{4, 7, 10, 11\}$

$H = \{5, 8, 9, 10, 11\}$

এখন, $H \setminus E = \{5, 8, 9, 10, 11\} - \{4, 7, 10, 11\} = \{5, 8, 9\}$

$E \setminus H = \{4, 7, 10, 11\} - \{5, 8, 9, 10, 11\} = \{4, 7\}$

$E \cup H = \{4, 7, 10, 11\} \cup \{5, 8, 9, 10, 11\}$

$= \{4, 5, 7, 8, 9, 10, 11\}$

$E \cap H = \{4, 7, 10, 11\} \cap \{5, 8, 9, 10, 11\} = \{10, 11\}$

বামপক্ষ $= (H \setminus E) \cup (E \setminus H) = \{5, 8, 9\} \cup \{4, 7\}$

$= \{4, 5, 7, 8, 9\}$

ডানপক্ষ $= (E \cup H) \setminus (E \cap H)$

$= \{4, 5, 7, 8, 9, 10, 11\} - \{10, 11\} = \{4, 5, 7, 8, 9\}$

$\therefore (H \setminus E) \cup (E \setminus H) = (E \cup H) \setminus (E \cap H)$ **(প্রমাণিত)**

★★ প্রশ্ন ▶ ৪ *গভর্নমেন্ট ল্যাবরেটরি হাই স্কুল, ঢাকা*

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{2, 4, 6\}$ এবং যে সকল স্বাভাবিক সংখ্যা দ্বারা 311 এবং 419 কে ভাগ করলে প্রতিক্ষেত্রে 23 অবশিষ্ট থাকে এদের সেট যথাক্রমে P ও Q।

◀ শিখনফল ১, ২ ও ৫

ক. সেট ও পূরক সেটের সংজ্ঞা দাও। ২

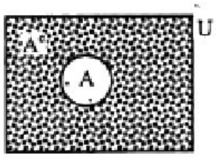
খ. দেখাও যে, $(A \cup B)' = A' \cap B'$ ৪

গ. $P \cap Q$ নির্ণয় করো। ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক বাস্তব বা চিন্তাজগতের সু-সংজ্ঞায়িত বস্তুর সমাবেশ বা সংগ্রহকে সেট বলে। সেটের সদস্যগুলোকে { } এই প্রতীকের মাধ্যমে অন্তর্ভুক্ত করা হয়। যেমন: a, b, c এর সেট {a, b, c}

সার্বিক সেট U এর একটি উপসেট A হলে, A সেটের বহির্ভূত সকল উপাদান নিয়ে গঠিত সেটকে A সেটের পূরক সেট বলে। A-এর পূরক সেটকে A^c বা A' দ্বারা প্রকাশ করা হয়। গাণিতিকভাবে, $A^c = U \setminus A$.



যেমন: $U = \{a, b, c, d, e\}$ এবং $A = \{a, b, c\}$ হলে

$A^c = A$ এর পূরক সেট

$= A$ এর বহির্ভূত উপাদান সমূহের সেট $= \{d, e\}$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $A = \{1, 3, 5\}$,

$B = \{2, 4, 6\}$

এখন, $A \cup B = \{1, 3, 5\} \cup \{2, 4, 6\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$\therefore (A \cup B)' = U - (A \cup B)$

$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} - \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} = \varnothing$

এবং $A' = U - A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} - \{1, 3, 5\}$

$= \{2, 4, 6\}$

$B' = U - B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} - \{2, 4, 6\} = \{1, 3, 5\}$

$\therefore A' \cap B' = \{2, 4, 6\} \cap \{1, 3, 5\} = \varnothing$

সুতরাং $(A \cup B)' = A' \cap B'$ **(দেখানো হলো)**

গ যে সকল স্বাভাবিক সংখ্যা দ্বারা 419 কে ভাগ করলে প্রতিক্ষেত্রে 23 অবশিষ্ট থাকে সে সংখ্যাগুলো হবে 23 অপেক্ষা বড় এবং $(419 - 23) = 396$ এর সাধারণ গুণনীয়ক।

এখন, $396 = 1 \times 396 = 2 \times 198 = 3 \times 132 = 4 \times 99$

$= 6 \times 66 = 9 \times 44 = 11 \times 36 = 12 \times 33 = 18 \times 22$

$\therefore Q = \{33, 36, 44, 66, 99, 132, 198, 396\}$

যে সকল স্বাভাবিক সংখ্যা দ্বারা 311 কে ভাগ করলে প্রতিক্ষেত্রে 23 অবশিষ্ট থাকে সে সংখ্যাগুলো হবে 23 অপেক্ষা বড় এবং $(311 - 23) = 288$ এর সাধারণ গুণনীয়ক।

এখন, $288 = 1 \times 288 = 2 \times 144 = 3 \times 96 = 4 \times 72$

$= 6 \times 48 = 8 \times 36 = 9 \times 32 = 12 \times 24 = 16 \times 18$

$\therefore P = \{24, 32, 36, 48, 72, 96, 144, 288\}$

$\therefore P \cap Q = \{24, 32, 36, 48, 72, 96, 144, 288\} \cap \{33, 36, 44, 66, 99, 132, 198, 396\} = \{36\}$ **(Ans.)**

★★ প্রশ্ন ▶ ৫ *নবারুণ পাবলিক স্কুল, শেরপুর*

(i) $A = \{1, 2, 3, 5\}$, $B = \{x : x$ স্বাভাবিক সংখ্যা এবং $1 < x < 8\}$

(ii) $9x - 7y = 13$ এবং $5x - 3y = 9$ দুইটি সরল সহসমীকরণ।

◀ অধ্যায় ৫, ৬ ও ৭ এর সমন্বয়ে

ক. $\frac{2x}{1-x^2}$ এর সাথে কত যোগ করলে যোগফল $\frac{1}{1-x}$ হবে? ২

খ. (i) নং থেকে $A \cup B = (A - B) \cup (B - A) \cup (A \cap B)$ এর সত্যতা যাচাই করো। ৪

গ. (ii) এর সমীকরণদ্বয় সমাধান করো। ৪

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ধরি, $\frac{2x}{1-x^2}$ এর সাথে y যোগ করলে যোগফল $\frac{1}{1-x}$ হবে।

$\frac{2x}{1-x^2} + y = \frac{1}{1-x}$ বা, $y = \frac{1}{1-x} - \frac{2x}{1-x^2}$

বা, $y = \frac{1}{1-x} - \frac{2x}{(1+x)(1-x)}$

$\therefore y = \frac{1+x-2x}{(1-x)(1+x)} = \frac{1-x}{(1-x)(1+x)} = \frac{1}{1+x}$

সুতরাং, $\frac{2x}{1-x^2}$ এর সাথে $\frac{1}{1+x}$ যোগ করলে যোগফল $\frac{1}{1-x}$ হবে। **(Ans.)**

খ (i) নং থেকে পাই, $A = \{1, 2, 3, 5\}$

$B = \{x : x$ স্বাভাবিক সংখ্যা এবং $1 < x < 8\}$

B সেটের উপাদানগুলো হলো 1 অপেক্ষা বড় এবং 8 অপেক্ষা ছোট স্বাভাবিক সংখ্যা।

$\therefore B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

$A - B = \{1, 2, 3, 5\} - \{2, 3, 4, 5, 6, 7\} = \{1\}$

$B - A = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\} - \{1, 2, 3, 5\} = \{4, 6, 7\}$

$A \cap B = \{1, 2, 3, 5\} \cap \{2, 3, 4, 5, 6, 7\} = \{2, 3, 5\}$

ডানপক্ষ $= A \cup B = \{1, 2, 3, 5\} \cup \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

বামপক্ষ $= (A - B) \cup (B - A) \cup (A \cap B)$

$= \{1\} \cup \{4, 6, 7\} \cup \{2, 3, 5\}$

$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

$\therefore A \cup B = (A - B) \cup (B - A) \cup (A \cap B)$

[যাচাই করা হলো]

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

গ প্রদত্ত সমীকরণ, $9x - 7y = 13$ .... (i)
$5x - 3y = 9$ .... (ii)

সমীকরণ (i) কে 3 দ্বারা এবং সমীকরণ (ii) কে 7 দ্বারা গুণ করে পাই,

$$\begin{array}{rcl} 27x - 21y &=& 39 \\ 35x - 21y &=& 63 \\ (-)\quad (+) && (-) \\ \hline -8x &=& -24 \end{array}$$ [বিয়োগ করে]

বা, $x = \frac{24}{8}$ $\therefore x = 3$

সমীকরণ (i) এ x এর মান বসিয়ে পাই,
$9 \times 3 - 7y = 13$
বা, $27 - 7y = 13$
বা, $7y = 27 - 13$
বা, $7y = 14$ $\therefore y = 2$
$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান: $(x, y) = (3, 2)$ **(Ans.)**

★★ প্রশ্ন ▶ ৬ | লক্ষ্মীপুর আদর্শ সামাদ সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়

(i) $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $A = \{1, 2, 5\}$, $B = \{2, 4, 7\}$
(ii) $ax + by = ab$, $bx + ay = ab$ ◀ অধ্যায় ৬ ও ৭ এর সমন্বয়ে

ক. $\{x : x, 3$ এর গুণিতক এবং $x < 20\}$ কে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করো। ২
খ. দেখাও যে, $(A \cup B)' = A' \cap B'$ ৪
গ. (ii) নং এ প্রদত্ত সমীকরণ জোট হতে প্রতিস্থাপন পদ্ধতিতে সমাধান করো। ৪

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ধরি, $S = \{x : x, 3$ এর গুণিতক এবং $x < 20\}$
3 এর গুণিতকসমূহ হলো:
3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24 ....
$\therefore S = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
$A = \{1, 2, 5\}$
$B = \{2, 4, 7\}$
$\therefore$ $A \cup B = \{1, 2, 5\} \cup \{2, 4, 7\} = \{1, 2, 4, 5, 7\}$
$A' = U - A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} - \{1, 2, 5\}$
$= \{3, 4, 6, 7\}$
$B' = U - B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} - \{2, 4, 7\}$
$= \{1, 3, 5, 6\}$
$\therefore$ বামপক্ষ $= (A \cup B)' = U - (A \cup B)$
$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} - \{1, 2, 4, 5, 7\} = \{3, 6\}$
এবং ডানপক্ষ $= A' \cap B' = \{3, 4, 6, 7\} \cap \{1, 3, 5, 6\} = \{3, 6\}$
$\therefore$ $(A \cup B)' = A' \cap B'$ **(দেখানো হলো)**

গ প্রদত্ত সমীকরণদ্বয়, $ax + by = ab$ .... (i)
$bx + ay = ab$ .... (ii)
সমীকরণ (ii) হতে পাই, $ay = ab - bx$
$\therefore y = \frac{ab - bx}{a}$ .... (iii)
সমীকরণ (i) এ $y = \frac{ab - bx}{a}$ বসিয়ে পাই,
$ax + b\left(\frac{ab - bx}{a}\right) = ab$ বা, $\frac{a^2x + ab^2 - b^2x}{a} = ab$
বা, $a^2x + ab^2 - b^2x = a^2b$; [উভয়পক্ষকে a দ্বারা গুণ করে]
বা, $a^2x - b^2x = a^2b - ab^2$ বা, $x(a^2 - b^2) = ab(a - b)$.
বা, $x = \frac{ab(a - b)}{(a^2 - b^2)}$ বা, $x = \frac{ab(a - b)}{(a + b)(a - b)}$ $\therefore x = \frac{ab}{a + b}$

এখন সমীকরণ (iii) এ $x = \frac{ab}{a + b}$ বসিয়ে পাই,
$y = \frac{ab - b\left(\frac{ab}{a + b}\right)}{a}$ বা, $y = \frac{\frac{ab(a + b) - b(ab)}{a + b}}{a}$
বা, $y = \frac{a^2b + ab^2 - ab^2}{a(a + b)}$ বা, $y = \frac{a^2b}{a(a + b)}$ $\therefore y = \frac{ab}{a + b}$
$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান, $(x, y) = \left(\frac{ab}{a + b}, \frac{ab}{a + b}\right)$ **(Ans.)**

★ প্রশ্ন ▶ ৭ | শিখনফলভিত্তিক অনন্য প্রশ্ন-১

(i) $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
$A = \{1, 2, 3, 5, 9, 10\}$
$B = \{x : x$ স্বাভাবিক সংখ্যা এবং $1 < x < 11\}$
(ii) $A = \{y : y,$ স্বাভাবিক জোড় সংখ্যা এবং $y^2 \leq 144\}$;
$B = \{x : x, 4$ এর গুণিতক এবং $x \leq 12\}$ ◀ শিখনফল ২ ও ৩

ক. (i) নং হতে U কে সেট গঠন পদ্ধতিতে প্রকাশ করো। ২
খ. (i) নং হতে দেখাও যে,
$A \cup B = (A - B) \cup (B - A) \cup (A \cap B)$. ৪
গ. (ii) নং হতে $A \cap B$ এর উপসেটসমূহ নির্ণয় করো। ৪

৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
এখানে, সবগুলো সদস্যই স্বাভাবিক সংখ্যা এবং 11 এর চেয়ে ছোট।
$\therefore$ $U = \{x : x$ স্বাভাবিক সংখ্যা এবং $x < 11\}$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে,
$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
$A = \{1, 2, 3, 5, 9, 10\}$
$B = \{x : x$ স্বাভাবিক সংখ্যা এবং $1 < x < 11\}$
$= \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
এখন, $A - B = \{1, 2, 3, 5, 9, 10\} - \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} = \{1\}$
$B - A = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} - \{1, 2, 3, 5, 9, 10\}$
$= \{4, 6, 7, 8\}$
$A \cap B = \{1, 2, 3, 5, 9, 10\} \cap \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
$= \{2, 3, 5, 9, 10\}$
বামপক্ষ $= A \cup B$
$= \{1, 2, 3, 5, 9, 10\} \cup \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
ডানপক্ষ $= (A - B) \cup (B - A) \cup (A \cap B)$
$= \{1\} \cup \{4, 6, 7, 8\} \cup \{2, 3, 5, 9, 10\}$
$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
$\therefore$ $A \cup B = (A - B) \cup (B - A) \cup (A \cap B)$ **(দেখানো হলো)**

গ দেওয়া আছে, $B = \{x : x, 4$ এর গুণিতক এবং $x \leq 12\}$
$= \{4, 8, 12\}$
এবং $A = \{y : y,$ স্বাভাবিক জোড় সংখ্যা এবং $y^2 \leq 144\}$
A সেটের সদস্য হলো সেই সকল স্বাভাবিক জোড় সংখ্যা যার বর্গ 144 এর সমান বা 144 হতে ক্ষুদ্রতর।
এখানে, $2^2 = 4 < 144$
$4^2 = 16 < 144$
$6^2 = 36 < 144$
$8^2 = 64 < 144$
$10^2 = 100 < 144$
$12^2 = 144$
$\therefore$ $A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$
$\therefore$ $A \cap B = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\} \cap \{4, 8, 12\}$
$= \{4, 8, 12\}$
$A \cap B$ এর উপসেটসমূহ নিম্নরূপ: $\{4, 8, 12\}$, $\{4, 8\}$, $\{4, 12\}$, $\{8, 12\}$, $\{4\}$, $\{8\}$, $\{12\}$, $\varnothing$ **(Ans.)**

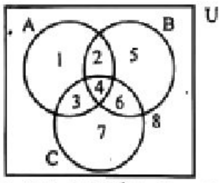
গণিত

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

★★ প্রশ্ন ▸ ৮ *শিখনফলভিত্তিক অনন্য প্রশ্ন-২*

(i)



(ii) $U = \{1, 5, 8, 15, 25\}$, $P = \{1, 8, 15\}$

এবং $Q = \{5, 15, 25\}$ ◂ *শিখনফল ২, ৩ ও ৪*

ক. (i) নং হতে B^c নির্ণয় করো। ২

খ. (i) নং হতে $A - (B \cap C)$ এর উপসেট নির্ণয় করো। ৪

গ. (ii) নং হতে দেখাও যে, $(P \cap Q)' = P' \cup Q'$ ৪

৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক উদ্দীপকের ভেনচিত্র থেকে পাই,

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $B = \{2, 4, 5, 6\}$

$\therefore B^c = U - B$

$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\} - \{2, 4, 5, 6\}$

$= \{1, 3, 7, 8\}$ **(Ans.)**

খ ভেনচিত্র থেকে পাই,

$A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{2, 4, 5, 6\}$, $C = \{3, 4, 6, 7\}$

$\therefore B \cap C = \{2, 4, 5, 6\} \cap \{3, 4, 6, 7\} = \{4, 6\}$

আবার, $A - (B \cap C) = \{1, 2, 3, 4\} - \{4, 6\} = \{1, 2, 3\}$

এখন, $A - (B \cap C)$ সেটের উপসেটগুলো হলো $\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{2, 3\}, \{1, 3\}, \{1, 2, 3\}, \varnothing$. **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে,

$U = \{1, 5, 8, 15, 25\}$

$P = \{1, 8, 15\}$

$Q = \{5, 15, 25\}$

এখন, $P \cap Q = \{1, 8, 15\} \cap \{5, 15, 25\} = \{15\}$

$\therefore (P \cap Q)' = U - (P \cap Q)$

$= \{1, 5, 8, 15, 25\} - \{15\}$

$= \{1, 5, 8, 25\}$

এবং $P' = U - P = \{1, 5, 8, 15, 25\} - \{1, 8, 15\} = \{5, 25\}$

$Q' = U - Q = \{1, 5, 8, 15, 25\} - \{5, 15, 25\} = \{1, 8\}$

$\therefore P' \cup Q' = \{5, 25\} \cup \{1, 8\} = \{1, 5, 8, 25\}$

$\therefore (P \cap Q)' = P' \cup Q'$ (দেখানো হলো)

★★ প্রশ্ন ▸ ৯ *শিখনফলভিত্তিক অনন্য প্রশ্ন-৩*

(i) $U = \{7, 8, 9, 10, 11, 12, 13\}$, $A = \{9, 10, 12, 13\}$

$B = \{7, 9, 11, 13\}$ এবং $C = \{7, 8, 10, 11, 12\}$

(ii) $p = \sqrt{\frac{5p}{2} + \frac{1}{6}}$ ◂ *অধ্যায় ৪ ও ৭ এর সমন্বয়ে*

ক. A ও B পরস্পর নিশ্ছেদ সেট কিনা যাচাই করো। ২

খ. $9p^2 + \frac{1}{4p^2}$ এর মান নির্ণয় করো। ৪

গ. প্রমাণ করো যে, $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$ ৪

৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $A = \{9, 10, 12, 13\}$, $B = \{7, 9, 11, 13\}$

সেটদ্বয় নিশ্ছেদ হবে যদি $A \cap B = \varnothing$ হয়।

$\therefore A \cap B = \{9, 10, 12, 13\} \cap \{7, 9, 11, 13\} = \{9, 13\}$

যেহেতু A ও B এর মধ্যে সাধারণ উপাদান আছে,

$\therefore$ A ও B সেটদ্বয় নিশ্ছেদ নয়। (যাচাই করা হলো)

খ দেওয়া আছে, $p = \sqrt{\frac{5p}{2} + \frac{1}{6}}$

বা, $p^2 = \frac{5p}{2} + \frac{1}{6}$ [বর্গ করে]

বা, $p^2 = \frac{15p + 1}{6}$

বা, $6p^2 = 15p + 1$

বা, $6p^2 - 1 = 15p$

বা, $\frac{6p^2}{2p} - \frac{1}{2p} = \frac{15p}{2p}$ [উভয়পক্ষকে 2p দ্বারা ভাগ করে]

বা, $3p - \frac{1}{2p} = \frac{15}{2}$

বা, $\left(3p - \frac{1}{2p}\right)^2 = \left(\frac{15}{2}\right)^2$ [বর্গ করে]

বা, $9p^2 + \frac{1}{4p^2} - 2.3p.\frac{1}{2p} = \frac{225}{4}$

বা, $9p^2 + \frac{1}{4p^2} - 3 = \frac{225}{4}$

বা, $9p^2 + \frac{1}{4p^2} = \frac{225}{4} + 3$

$\therefore 9p^2 + \frac{1}{4p^2} = \frac{237}{4}$ **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে, $A = \{9, 10, 12, 13\}$

$B = \{7, 9, 11, 13\}$

$C = \{7, 8, 10, 11, 12\}$

এখন, $A \cup B = \{9, 10, 12, 13\} \cup \{7, 9, 11, 13\}$

$= \{7, 9, 10, 11, 12, 13\}$

$A \cap C = \{9, 10, 12, 13\} \cap \{7, 8, 10, 11, 12\} = \{10, 12\}$

$B \cap C = \{7, 9, 11, 13\} \cap \{7, 8, 10, 11, 12\} = \{7, 11\}$

বামপক্ষ $= (A \cup B) \cap C$

$= \{7, 9, 10, 11, 12, 13\} \cap \{7, 8, 10, 11, 12\}$

$= \{7, 10, 11, 12\}$

ডানপক্ষ $= (A \cap C) \cup (B \cap C)$

$= \{10, 12\} \cup \{7, 11\}$

$= \{7, 10, 11, 12\}$

$\therefore (A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$ (প্রমাণিত)

★★ প্রশ্ন ▸ ১০ *শিখনফলভিত্তিক অনন্য প্রশ্ন-৪*

(i) $a^3 - 3a^2 - 10a$, $a^3 + 6a^2 + 8a$, $a^4 - 5a^3 - 14a^2$ তিনটি বীজগাণিতিক রাশি।

(ii) $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $A = \{x : x$ মৌলিক সংখ্যা এবং $x < 10\}$ এবং $B = \{4, 5, 6\}$ ◂ *অধ্যায় ৪ ও ৭ এর সমন্বয়ে*

ক. উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর : $x^3 - 8(x - y)^3$. ২

খ. (i) নং হতে রাশি তিনটির ল.সা.গু ও গ.সা.গু নির্ণয় করো। ৪

গ. (ii) নং হতে প্রমাণ করো যে, $(A \cap B)' = A' \cup B'$. ৪

১০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত রাশি $= x^3 - 8(x - y)^3$

$= x^3 - \{2(x - y)\}^3$

$= \{x - 2(x - y)\}\ [x^2 + x.2(x - y) + \{2(x - y)\}^2]$

$= (x - 2x + 2y)\ \{x^2 + 2(x^2 - xy) + 2(x^2 - 2xy + y^2)\}$

$= (2y - x)\ (x^2 + 2x^2 - 2xy + 2x^2 - 4xy + 2y^2)$

$= (2y - x)\ (5x^2 - 6xy + 2y^2)$ **(Ans.)**

Talukdar Academy

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

খ ১ম রাশি $= a^3 - 3a^2 - 10a$
$= a(a^2 - 3a - 10)$
$= a(a^2 - 5a + 2a - 10)$
$= a\{a(a-5) + 2(a-5)\}$
$= a(a-5)(a+2)$
২য় রাশি $= a^3 + 6a^2 + 8a$
$= a(a^2 + 6a + 8)$
$= a(a^2 + 4a + 2a + 8)$
$= a\{a(a+4) + 2(a+4)\}$
$= a(a+4)(a+2)$
৩য় রাশি $= a^4 - 5a^3 - 14a^2$
$= a^2(a^2 - 5a - 14)$
$= a^2(a^2 - 7a + 2a - 14)$
$= a^2\{a(a-7) + 2(a-7)\}$
$= a^2(a-7)(a+2)$
∴ নির্ণেয় ল.সা.গু $= a^2(a+2)(a-5)(a-7)(a+4)$
এবং গ.সা.গু $= a(a+2)$ **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে, $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$
$A = \{x : x$ মৌলিক সংখ্যা এবং $x < 10\} = \{2, 3, 5, 7\}$
$B = \{4, 5, 6\}$
এখন, $A \cap B = \{2, 3, 5, 7\} \cap \{4, 5, 6\} = \{5\}$
$\therefore (A \cap B)' = U - (A \cap B)$
$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\} - \{5\}$
$= \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 8\}$
আবার, $A' = U - A$
$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\} - \{2, 3, 5, 7\}$
$= \{1, 4, 6, 8\}$
এবং $B' = U - B$
$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\} - \{4, 5, 6\}$
$= \{1, 2, 3, 7, 8\}$
$\therefore A' \cup B' = \{1, 4, 6, 8\} \cup \{1, 2, 3, 7, 8\}$
$= \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 8\}$
$\therefore (A \cap B)' = A' \cup B'$ (প্রমাণিত)

★ প্রশ্ন ►১১ *শিখনফলভিত্তিক অনন্য প্রশ্ন-৫*

(i) $\frac{a^4 - b^4}{a^2 + b^2 - 2ab}, \frac{(a+b)^2 - 4ab}{a^3 - b^3}, \frac{a+b}{a^2 + ab + b^2}$ তিনটি বীজগণিতীয় ভগ্নাংশ।

(ii) $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, A = \{x : x \in \mathbb{N}$ এবং $x^2 - 3x + 2 = 0\}$, $B = \{2, 4, 6\}, C = \{1, 3, 5\}$ ◄ *অধ্যায় ৫ ও ৭ এর সমন্বয়ে*

ক. (i) নং হতে প্রথম রাশিকে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ করো। ২
খ. (ii) নং হতে $(A' \cup B') \cap C'$ এর মান নির্ণয় করো। ৪
গ. (i) নং হতে রাশিগুলোকে সমহরবিশিষ্ট ভগ্নাংশে পরিণত করো। ৪

১১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,
১ম রাশি $= \frac{a^4 - b^4}{a^2 + b^2 - 2ab} = \frac{(a^2)^2 - (b^2)^2}{(a-b)^2}$
$= \frac{(a^2 + b^2)(a^2 - b^2)}{(a-b)^2}$
$= \frac{(a^2 + b^2)(a+b)(a-b)}{(a-b)(a-b)}$
$= \frac{(a^2 + b^2)(a+b)}{(a-b)}$ **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
$A = \{x : x \in \mathbb{N}$ এবং $x^2 - 3x + 2 = 0\}$
$= \{x : x \in \mathbb{N}$ এবং $x^2 - 2x - x + 2 = 0\}$
$= \{x : x \in \mathbb{N}$ এবং $x(x-2) - 1(x-2) = 0\}$
$= \{x : x \in \mathbb{N}$ এবং $(x-2)(x-1) = 0\} = \{1, 2\}$
$B = \{2, 4, 6\}, C = \{1, 3, 5\}$
$A' = U - A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} - \{1, 2\} = \{3, 4, 5, 6\}$
$B' = U - B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} - \{2, 4, 6\} = \{1, 3, 5\}$
$C' = U - C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} - \{1, 3, 5\} = \{2, 4, 6\}$
$(A' \cup B') = \{3, 4, 5, 6\} \cup \{1, 3, 5\} = \{1, 3, 4, 5, 6\}$
$(A' \cup B') \cap C' = \{1, 3, 4, 5, 6\} \cap \{2, 4, 6\} = \{4, 6\}$
$\therefore (A' \cup B') \cap C' = \{4, 6\}$ **(Ans.)**

গ ১ম ভগ্নাংশের হর $= a^2 + b^2 - 2ab = (a-b)^2$
২য় ভগ্নাংশের হর $= a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$
৩য় ভগ্নাংশের হর $= a^2 + ab + b^2$
∴ হরগুলোর ল.সা.গু $= (a-b)^2(a^2 + ab + b^2)$
এখন, $\frac{(a-b)^2(a^2 + ab + b^2)}{(a-b)^2} = a^2 + ab + b^2$
∴ ১ম ভগ্নাংশ $= \frac{(a^4 - b^4)}{(a^2 + b^2 - 2ab)}$
$= \frac{(a^4 - b^4)(a^2 + ab + b^2)}{(a-b)^2(a^2 + ab + b^2)}$
আবার, $\frac{(a-b)^2(a^2 + ab + b^2)}{(a-b)(a^2 + ab + b^2)} = (a-b)$
∴ ২য় ভগ্নাংশ $= \frac{(a+b)^2 - 4ab}{a^3 - b^3}$
$= \frac{(a-b)^2 \times (a-b)}{(a-b)(a^2 + ab + b^2)(a-b)}$
$= \frac{(a-b)^3}{(a-b)^2(a^2 + ab + b^2)}$
আবার, $\frac{(a-b)^2(a^2 + ab + b^2)}{(a^2 + ab + b^2)} = (a-b)^2$
∴ ৩য় ভগ্নাংশ $= \frac{a+b}{a^2 + ab + b^2} = \frac{(a-b)^2(a+b)}{(a-b)^2(a^2 + ab + b^2)}$
∴ সমহর বিশিষ্ট তিনটি ভগ্নাংশ: $\frac{(a^4 - b^4)(a^2 + ab + b^2)}{(a-b)^2(a^2 + ab + b^2)}, \frac{(a-b)^3}{(a-b)^2(a^2 + ab + b^2)}, \frac{(a-b)^2(a+b)}{(a-b)^2(a^2 + ab + b^2)}$ **(Ans.)**

★★ প্রশ্ন ►১২ *শিখনফলভিত্তিক অনন্য প্রশ্ন-৬*

(i) $\frac{2}{x} + \frac{1}{y} = 1$ এবং $\frac{4}{x} - \frac{9}{y} = -1$ দুইটি সমীকরণ।

(ii) কোনো বিদ্যালয়ের 65% ছাত্র বাংলায় পাস করে এবং 55% ছাত্র ইংরেজিতে পাস করে। 40% ছাত্র উভয় বিষয়ে পাস করে।

◄ *অধ্যায় ৬ ও ৭ এর সমন্বয়ে*

ক. $\left(\frac{11}{4}, \frac{11}{3}\right)$ বিন্দুটি (i) নং এর ২য় সমীকরণকে সিদ্ধ করে কিনা যাচাই করো। ২
খ. (ii) নং হতে উভয় বিষয়ে ফেল করা ছাত্রের সংখ্যা বের করো। ৪
গ. (i) নং হতে অপনয়ন পদ্ধতিতে (x, y) নির্ণয় করো। ৪

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

১২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক (i) নং এর ২য় সমীকরণ, $\frac{4}{x} - \frac{9}{y} = -1$

উক্ত সমীকরণে $x = \frac{11}{4}, y = \frac{11}{3}$ বসিয়ে পাই,

$$\text{বামপক্ষ} = \frac{4}{\frac{11}{4}} - \frac{9}{\frac{11}{3}} = \left(4 \times \frac{4}{11}\right) - \left(9 \times \frac{3}{11}\right)$$

$$= \frac{16}{11} - \frac{27}{11} = \frac{16 - 27}{11}$$

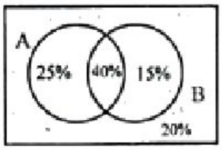
$$= \frac{-11}{11} = -1 = \text{ডানপক্ষ}$$

$\therefore \left(\frac{11}{4}, \frac{11}{3}\right)$ বিন্দুটি ২য় সমীকরণকে সিদ্ধ করে। **(যাচাই করা হলো)**

খ U = বিদ্যালয়ের সকল ছাত্রের সেট

A = বাংলায় পাস করা ছাত্রদের সেট

B = ইংরেজিতে পাস করা ছাত্রদের সেট



বাংলায় পাশ করে 65%

এবং উভয় বিষয়ে পাশ করে 40%

$\therefore$ শুধু বাংলায় পাশ করে = (65 – 40)% = 25%

আবার, ইংরেজিতে পাশ করে 55%

$\therefore$ শুধু ইংরেজিতে পাশ করে = (55 – 40)% = 15%

তাহলে, বাংলা, ইংরেজি ও উভয় বিষয়ে পাশ করে = (25 + 15 + 40)%
= 80%

$\therefore$ কোনো বিষয়ে পাশ না করা বা উভয় বিষয়ে ফেল করা ছাত্র সংখ্যা = (100 – 80)% = 20% **(Ans.)**

গ দেওয়া আছে, $\frac{2}{x} + \frac{1}{y} = 1$ .... (i)

এবং $\frac{4}{x} - \frac{9}{y} = -1$ .... (ii)

সমীকরণ (i) কে 2 দ্বারা গুণ করে প্রাপ্ত গুণফল থেকে (ii) নং বিয়োগ করে পাই, $\frac{4}{x} + \frac{2}{y} = 2$

$$\frac{4}{x} - \frac{9}{y} = -1$$

$$(-)\quad(+)\quad(+)$$

$$\frac{2}{y} + \frac{9}{y} = 2 + 1$$

বা, $\frac{2+9}{y} = 3$

বা, $\frac{11}{y} = 3$

বা, $3y = 11$

$\therefore y = \frac{11}{3}$

(ii) নং এ y এর মান বসিয়ে পাই,

$$\frac{4}{x} - \frac{9}{\frac{11}{3}} = -1$$

বা, $\frac{4}{x} = -1 + \frac{27}{11}$

বা, $\frac{4}{x} = \frac{16}{11}$

বা, $\frac{1}{x} = \frac{4}{11}$ $\therefore x = \frac{11}{4}$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান, $(x, y) = \left(\frac{11}{4}, \frac{11}{3}\right)$ **(Ans.)**

গণিত

প্রশ্নব্যাংক

★★ প্রশ্ন ▶ ১৩ *শিখনফলভিত্তিক অননা প্রশ্ন-৭*

সার্বিক সেট U = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}

A = {x : x বিজোড় এবং 3 < x < 9}; B = {3, 4, 5} এবং

C = {x ∈ ℕ: 4 < x < 7} ◄ *শিখনফল ১, ২ ও ৫*

ক. A সেটটিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করো। ২

খ. উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ করো যে, $(A \cup B)' = A' \cap B'$ ৪

গ. $(A \cup C)$ এর উপসেট এবং উপসেট সংখ্যা নির্ণয় করো। ৪

উত্তর: ক. {5, 7}; গ. ৪টি; {5, 6, 7}, {5, 6}, {5, 7}, {6, 7}, {5}, {6}, {7}, ∅।

★★ প্রশ্ন ▶ ১৪ *শিখনফলভিত্তিক অননা প্রশ্ন-৮*

U = {7, 8, 9, 10, 11, 12, 13}, A = {9, 10, 12, 13}

B = {7, 9, 11, 13} এবং C = {7, 8, 10, 11, 12} ◄ *শিখনফল ২, ৩, ৫*

ক. A ও B পরস্পর নিশ্ছেদ সেট কিনা যাচাই করো। ২

খ. দেখাও যে, $A' \cup C' = (A \cap C)'$ ৪

গ. প্রমাণ করো যে, $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$ ৪

উত্তর: ক. নিশ্ছেদ সেট নয়।

★ প্রশ্ন ▶ ১৫ *শিখনফলভিত্তিক অননা প্রশ্ন-৯*

সার্বিক সেট U = {x : x স্বাভাবিক সংখ্যা এবং 2 ≤ x < 11} এর দুইটি উপসেট A = {x : x জোড় সংখ্যা এবং x^2 < 100} এবং B = {x : x, 3 এর জোড় গুণিতক এবং x ≤ 9}

◄ *শিখনফল ১, ২, ৩ ও ৫*

ক. U সেটকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করো। ২

খ. A – B এর উপসেটসমূহ নির্ণয় করো। ৪

গ. দেখাও যে, $A \cup B = (A - B) \cup (B - A) \cup (A \cap B)$ ৪

উত্তর: ক. {2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}; খ. {2, 4, 8}, {2, 4}, {2, 8}, {4, 8}, {2}, {4}, {8}, ∅।

★ প্রশ্ন ▶ ১৬ *শিখনফলভিত্তিক অননা প্রশ্ন-১০*

(i) U = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7},
A = {1, 2, 5}, B = {2, 4, 7}

(ii) ax + by = ab, bx + ay = ab ◄ *অধ্যায় ৬ ও ৭ এর সমন্বয়ে*

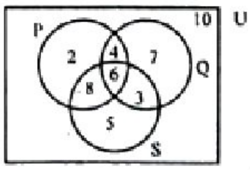
ক. {x : x, 3 এর গুণিতক এবং x < 20} কে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করো। ২

খ. দেখাও যে, $(A \cup B)' = A' \cap B'$ ৪

গ. (ii) নং এ প্রদত্ত সমীকরণ জোট হতে প্রতিস্থাপন পদ্ধতিতে সমাধান করো। ৪

উত্তর: ক. {3, 6, 9, 12, 15, 18}; গ. $\left(\frac{ab}{a+b}, \frac{ab}{a+b}\right)$।

★★ প্রশ্ন ▶ ১৭ *শিখনফলভিত্তিক অননা প্রশ্ন-১১*



◄ *শিখনফল ১, ২, ৩ ও ৪*

ক. {x ∈ ℤ : x^2 > 16 এবং x^3 < 720} সেটটিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করো। ২

খ. দেখাও যে, $(Q \cap S)' = Q' \cup S'$ ৪

গ. প্রমাণ করো যে, $(S \setminus P) \cup (P \setminus S) = (P \cup S) \setminus (P \cap S)$ ৪

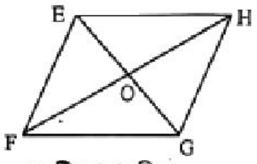
উত্তর: ক. {5, 6, 7, 8}

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

অষ্টম অধ্যায় — চতুর্ভুজ

★★ প্রশ্ন ▸ ১ — JSC ম. বো. ২০১৯



একটি সামান্তরিক ◄চিত্রকল্প-১

ক. রম্বসের কর্ণদ্বয় যথাক্রমে 12 সে.মি. ও 15 সে.মি। রম্বসের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো। ২

খ. প্রমাণ করো যে, EO = GO এবং FO = HO. ৪

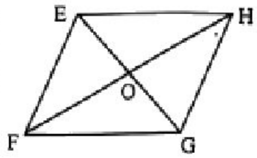
গ. প্রমাণ করো যে, সামান্তরিকের ∠F ও ∠G কোণের সমদ্বিখণ্ডক পরস্পর লম্ব। ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক রম্বসের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ কর্ণদ্বয়ের গুণফল

$= \frac{1}{2} \times 15 \times 12$ বর্গ সে.মি. = 90 বর্গ সে.মি. (Ans.)

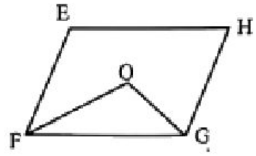
খ **বিশেষ নির্বচন:** দেওয়া আছে, FGHE সামান্তরিকের FH ও GE কর্ণদ্বয় পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, FO = HO এবং EO = GO।



প্রমাণ:

ধাপ	যথার্থতা
(১) FE ∥ GH এবং EG তাদের ছেদক ∴ ∠FEG = ∠EGH ∴ ∠FEO = ∠OGH	[একান্তর কোণ সমান]
(২) আবার, FE ∥ GH এবং FH তাদের ছেদক ∴ ∠EFH = ∠FHG ∴ ∠EFO = ∠OHG	[একান্তর কোণ সমান]
(৩) ΔFOE এবং ΔGOH-এ, ∠FEO = ∠OGH ∠EFO = ∠OHG এবং FE = GH ∴ ΔFOE ≅ ΔGOH সুতরাং, FO = HO, EO = GO (প্রমাণিত)	[ধাপ (১)] [ধাপ (২)] [সামান্তরিকের বিপরীত বাহু সমান] [কোণ-বাহু-কোণ উপপাদ্য]

গ **বিশেষ নির্বচন:** মনে করি, EFGH একটি সামান্তরিক। এর সন্নিহিত ∠EFG ও ∠FGH এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় FO ও GO পরস্পর O বিন্দুতে মিলিত হয়েছে। প্রমাণ করতে হবে যে, FO ⊥ GO।



প্রমাণ:

ধাপ	যথার্থতা
(১) EFGH সামান্তরিকের EF ∥ GH এবং FG ছেদক। ∴ ∠EFG + ∠FGH = 180° ∴ $\frac{1}{2}$∠EFG + $\frac{1}{2}$∠FGH = 90° অর্থাৎ, ∠OFG + ∠OGF = 90°	[সামান্তরিকের সন্নিহিত কোণদ্বয়ের সমষ্টি ২ সমকোণ] [∵ FO ও GO যথাক্রমে ∠EFG ও ∠FGH এর সমদ্বিখণ্ডক]
(২) এখন, ΔOFG এ, ∠OFG + ∠OGF + ∠FOG = 180° বা, ∠FOG = 180° − (∠OFG + ∠OGF) বা, ∠FOG = 180° − 90° ∴ ∠FOG = 90° ∴ FO ⊥ GO। (প্রমাণিত)	[∵ ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি 180° বা দুই সমকোণ] [(১) হতে]

★★ প্রশ্ন ▸ ২ — JSC ম. বো. ২০১৯

a = 6 সে.মি., b = 7 সে.মি., c = 7.5 সে.মি। ◄চিত্রকল্প-২

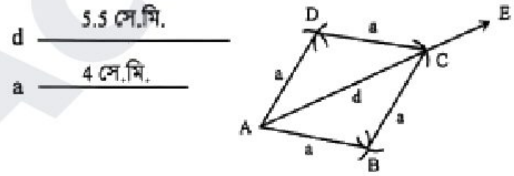
ক. রম্বসের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য 4 সে.মি. একটি কর্ণ 5.5 সে.মি., রম্বসটি আঁকো। [অঙ্কনের চিহ্ন আবশ্যক, বর্ণনা আবশ্যক নয়] ২

খ. উদ্দীপকের 'a' বাহুকে কর্ণ ধরে একটি বর্গ অঙ্কন করো। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪

গ. একটি সামান্তরিক অঙ্কন করো যার একটি বাহু a এবং দুইটি কর্ণ b ও c। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪

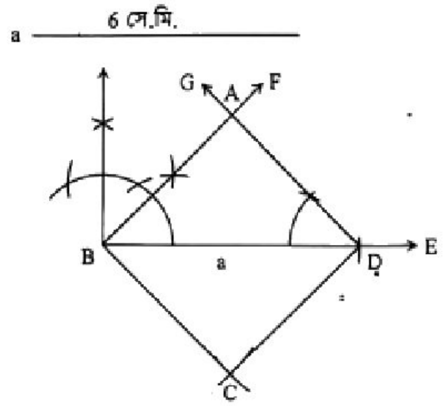
২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



ABCD ই উদ্দিষ্ট রম্বস যার বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য, AB = BC = CD = DA = 4 সে.মি. এবং একটি কর্ণ, AC = 5.5 সে.মি.।

খ



কোনো একটি বর্গের কর্ণ, a = 6 সে.মি. দেওয়া আছে। বর্গটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ:

১. প্রথমে যেকোনো রশ্মি BE থেকে BD = a নিই। এবার B বিন্দুতে ∠EBF = 45° আঁকি এবং D বিন্দুতে ∠BDG = ∠DBF আঁকি। BF ও DG পরস্পরকে A বিন্দুতে ছেদ করে।

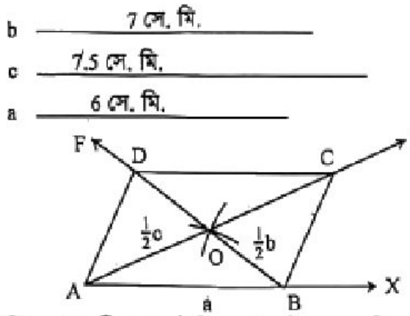
২. অতঃপর B ও D কে কেন্দ্র করে BA এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে BD-এর যে পাশে A বিন্দু অবস্থিত তার বিপরীত পাশে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। তারা পরস্পর C বিন্দুতে ছেদ করে।

৩. পরিশেষে C, B এবং C, D যোগ করি। তাহলে, ABCD-ই উদ্দিষ্ট বর্গ।

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

গ



মনে করি, সামান্তরিকের দুইটি কর্ণ $b = 7$ সে.মি. ও $c = 7.5$ সে.মি. এবং একটি বাহু $a = 6$ সে.মি. দেওয়া আছে। সামান্তরিকটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ:

১. যেকোনো রশ্মি AX থেকে a এর সমান AB নিই।

২. A ও B কে কেন্দ্র করে যথাক্রমে $\frac{c}{2}$ ও $\frac{b}{2}$ এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে AB এর একই পাশে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। মনে করি, বৃত্তচাপ দুইটি পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে।

৩. A, O ও B, O যোগ করি। AO কে AE বরাবর এবং BO কে BF বরাবর বর্ধিত করি।

৪. OE থেকে $\frac{c}{2} = OC$ এবং OF থেকে $\frac{b}{2} = OD$ নিই। A, D; D, C ও B, C যোগ করি।

তাহলে ABCD-ই উদ্দিষ্ট সামান্তরিক।

★★ প্রশ্ন ▸ ৩ JSC কু. বো. ২০১৯

ABCD সামান্তরিকের কর্ণ AC ও BD পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করেছে। ◀শিখনফল ১ ও ২

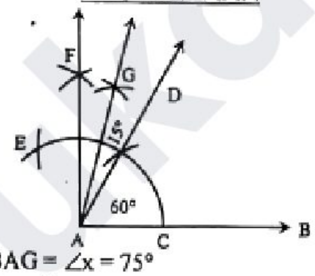
ক. পেন্সিল কম্পাসের সাহায্যে 75° কোণ অঙ্কন করো। ২

খ. $AB = BC = CD = DA$ এবং $AC > BD$ হলে, প্রমাণ করো যে, $\angle AOB = \angle DOC = 90°$। ৪

গ. $AB = CD$, $BC = AD$ এবং $AB \perp BC$ হলে, প্রমাণ করো যে, $AC = BD$ ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক

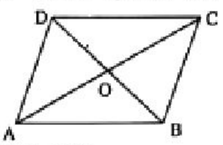


চিত্রে, $\angle BAG = \angle x = 75°$

খ ABCD সামান্তরিকের $AB = BC = CD = DA$ এবং $AC > BD$

সুতরাং ABCD একটি রম্বস।

মনে করি, ABCD রম্বসের AC ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে।



প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle AOB = \angle DOC = 90°$

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
১. রম্বস একটি সামান্তরিক। সুতরাং, $AO = CO, BO = DO$	[সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]
২. এখন ΔAOB ও ΔBOC এ	[রম্বসের বাহুগুলো সমান]
$AB = BC$	[(১) থেকে]
$AO = CO$ এবং $OB = OB$	[সাধারণ বাহু]
অতএব, $\triangle AOB \cong \triangle BOC$.	[ত্রিভুজের বাহু-বাহু-বাহু উপপাদ্য]

সুতরাং $\angle AOB = \angle BOC$

আবার, $\angle AOB + \angle BOC = 1$ সরলকোণ $= 180°$

$\therefore \angle AOB = \angle BOC = 90°$

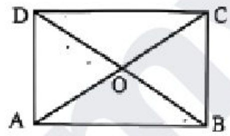
অনুরূপভাবে, $\angle DOC = 90°$

সুতরাং $\angle AOB = \angle DOC = 90°$ **(প্রমাণিত)**

গ ABCD সামান্তরিকের $AB = CD$, $BC = AD$ এবং $AB \perp BC$।

সুতরাং ABCD একটি আয়ত।

মনে করি, ABCD আয়তের AC ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, $AC = BD$



প্রমাণ:

ধাপ	যথার্থতা
(১) আয়ত একটি সামান্তরিক। সুতরাং $AO = CO, BO = DO$	[সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]
(২) এখন ΔABD ও ΔACD এ $AB = DC$ এবং $AD = AD$ অন্তর্ভুক্ত ∠DAB = অন্তর্ভুক্ত ∠ADC সুতরাং, $\triangle ABD \cong \triangle ACD$. অতএব, $AC = BD$ (প্রমাণিত)	 [সাধারণ বাহু] [প্রত্যেকে সমকোণ] [ত্রিভুজের বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

★ প্রশ্ন ▸ ৪ JSC দি. বো. ২০১৭

PQRS সামান্তরিকের PR ও QS কর্ণদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করেছে। ◀শিখনফল ১ ও ২

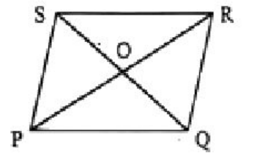
ক. উপরোক্ত তথ্যের আলোকে চিত্রটি অংকন করো। ২

খ. প্রমাণ করো যে, $PO = RO$ এবং $QO = SO$ ৪

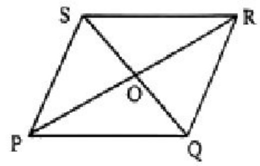
গ. প্রমাণ করো যে, $\angle P + \angle Q + \angle R + \angle S =$ চার সমকোণ। ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক চিত্রে, PQRS সামান্তরিকের PR ও QS কর্ণদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করেছে।



খ **বিশেষ নির্বচন:** দেওয়া আছে, PQRS সামান্তরিকের PR ও QS কর্ণদ্বয় পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, $PO = RO$ এবং $QO = SO$।



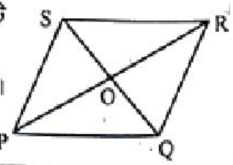
প্রমাণ:

ধাপ	যথার্থতা
(১) $PS \parallel QR$ এবং SQ তাদের ছেদক $\therefore \angle PSQ = \angle SQR$ $\therefore \angle PSO = \angle OQR$	 [একান্তর কোণ সমান]
(২) আবার, $PS \parallel QR$ এবং PR তাদের ছেদক $\therefore \angle SPR = \angle PRQ$ $\therefore \angle SPO = \angle ORQ$	 [একান্তর কোণ সমান]
(৩) ΔPOS এবং ΔQOR-এ $\angle PSO = \angle OQR$ $\angle SPO = \angle ORQ$ এবং $PS = QR$ $\therefore \triangle POS \cong \triangle QOR$ সুতরাং, $PO = RO, QO = SO$ (প্রমাণিত)	 [ধাপ (১)] [ধাপ (২)] [কল্পনা] [কোণ-বাহু-কোণ উপপাদ্য]

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

গ **বিশেষ নির্বচন:** এখানে, PQRS একটি সামান্তরিক। প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle P + \angle Q + \angle R + \angle S$ = চার সমকোণ।



প্রমাণ:

ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔPQR-এ $\angle QPR + \angle PRQ + \angle Q$ = দুই সমকোণ।	[ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ]
(২) অনুরূপভাবে, ΔPSR-এ $\angle SPR + \angle SRP + \angle S$ = দুই সমকোণ।	[ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ।
(৩) অতএব, $\angle QPR + \angle PRQ + \angle Q + \angle SPR + \angle SRP + \angle S$ = চার সমকোণ বা, $\angle QPR + \angle SPR + \angle Q + \angle PRQ + \angle SRP + \angle S$ = চার সমকোণ।	[ধাপ-১ ও ২ যোগ করে]
(৪) $\angle QPR + \angle SPR = \angle P$ এবং $\angle PRQ + \angle SRP = \angle R$ সুতরাং, $\angle P + \angle Q + \angle R + \angle S$ = চার সমকোণ। (প্রমাণিত)	[সন্নিহিত কোণের যোগফল] [সন্নিহিত কোণের যোগফল] [ধাপ-৩ থেকে]

★★ প্রশ্ন ▸ ৫ *JSC সি. বো. ২০১৬*

PQRS রম্বসের PR ও QS কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 6 সে.মি. ও 4 সে.মি. এবং তারা পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে। *◂ শিখনফল ১, ২ ও ৩*

ক. রম্বসটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো। ২

খ. রম্বসটি অঙ্কন করো। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪

গ. প্রমাণ করো যে, রম্বসটির কর্ণদ্বয় O বিন্দুতে পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে। ৪

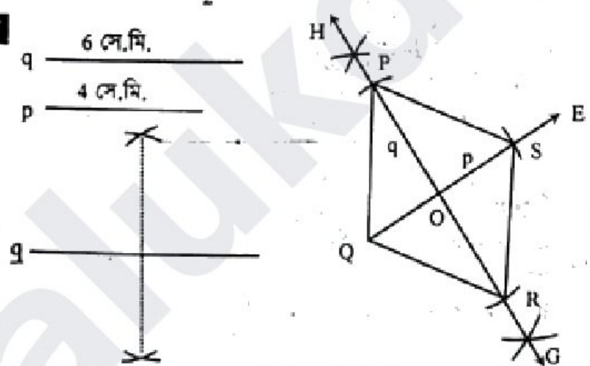
৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, রম্বসের কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 6 সে.মি. এবং 4 সে.মি.

আমরা জানি, রম্বসের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}$ × কর্ণদ্বয়ের গুণফল

$= \frac{1}{2} \times 6 \times 4$ বর্গ সে.মি. = 12 বর্গ সে.মি. (Ans.)

খ



মনে করি, একটি রম্বসের দুইটি কর্ণের দৈর্ঘ্য p = 4 সে.মি. ও q = 6 সে.মি. দেওয়া আছে। রম্বসটি আঁকতে হবে।

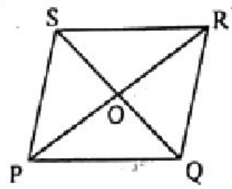
অঙ্কনের বিবরণ:

১. যেকোনো রশ্মি QE থেকে QS = p নিই। QS কে O বিন্দুতে GH রেখা দ্বারা সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করি।

২. এবার O-কে কেন্দ্র করে কর্ণ q-এর অর্ধেকের সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে QS-এর উভয় পার্শ্বে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। মনে করি, এই চাপদ্বয় GH রেখাকে যথাক্রমে P ও R বিন্দুতে ছেদ করে।

৩. P, Q; Q, R; R, S এবং S, P যোগ করি।
তাহলে, PQRS-ই উদ্দিষ্ট রম্বস।

গ **বিশেষ নির্বচন :** মনে করি, PQRS এর PR ও QS কর্ণদ্বয় পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, O বিন্দুতে কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে।



অর্থাৎ $\angle POQ = \angle QOR = \angle ROS = \angle POS$ = 1 সমকোণ এবং OP = OR, OQ = OS.

প্রমাণ:

ধাপ	যথার্থতা
(১) যেহেতু রম্বস একটি সামান্তরিক, ∴ OP = OR, OQ = OS	[সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]
(২) এখন, ΔPOQ ও ΔQOR-এ PQ = QR OP = OR এবং OQ = OQ ∴ $\Delta POQ \cong \Delta QOR$ ∴ $\angle POQ = \angle QOR$ কিন্তু $\angle POQ + \angle QOR$ = 1 সরলকোণ = 2 সমকোণ ∴ $\angle POQ = \angle QOR$ = 1 সমকোণ অনুরূপভাবে প্রমাণ করা যায় যে, $\angle ROS = \angle POS$ = 1 সমকোণ সুতরাং $\angle POQ = \angle QOR = \angle ROS = \angle POS$ = 1 সমকোণ এবং OP = OR, OQ = OS (প্রমাণিত)	[রম্বসের বাহুগুলো পরস্পর সমান] [সাধারণ বাহু] [ত্রিভুজের বাহু-বাহু-বাহু উপপাদ্য]

★★ প্রশ্ন ▸ ৬ *JSC ব. বো. ২০১৬*

PQRS একটি সামান্তরিক। ইহার PR ও QS কর্ণদ্বয় পরস্পর M বিন্দুতে ছেদ করেছে। *◂ শিখনফল ১ ও ২*

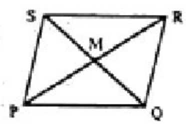
ক. উপরের তথ্যের আলোকে চিত্র আঁক। ২

খ. প্রমাণ করো যে, PM = RM এবং QM = SM। ৪

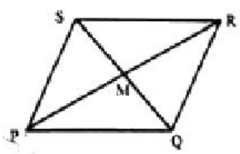
গ. প্রমাণ করো যে, $\angle P$ ও $\angle Q$ এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় পরস্পর লম্ব। ৪

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক চিত্রে, PQRS সামান্তরিকের PR ও QS কর্ণদ্বয় পরস্পর M বিন্দুতে ছেদ করেছে।



খ **বিশেষ নির্বচন:** দেওয়া আছে, PQRS সামান্তরিকের PR ও QS কর্ণদ্বয় পরস্পরকে M বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, PM = RM এবং QM = SM।



প্রমাণ:

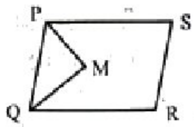
ধাপ	যথার্থতা
(১) PS ∥ QR এবং SQ তাদের ছেদক ∴ $\angle PSQ = \angle SQR$ ∴ $\angle PSM = \angle MQR$	[একান্তর কোণ সমান]
(২) আবার, PS ∥ QR এবং PR তাদের ছেদক ∴ $\angle SPR = \angle PRQ$ ∴ $\angle SPM = \angle MRQ$	[একান্তর কোণ সমান]
(৩) ΔPMS এবং ΔQMR-এ $\angle PSM = \angle MQR$ $\angle SPM = \angle MRQ$ এবং PS = QR ∴ $\Delta PMS \cong \Delta QMR$ সুতরাং, PM = RM, QM = SM (প্রমাণিত)	[ধাপ (১)] [ধাপ (২)] [কল্পনা] [কোণ-বাহু-কোণ উপপাদ্য]

গণিত

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

গ **বিশেষ নির্বচন:** মনে করি, PQRS সামান্তরিকের ∠P ও ∠Q এর সমদ্বিখণ্ডক পরস্পর M বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, PM ও QM পরস্পর লম্ব অর্থাৎ ∠PMQ = 90°।



প্রমাণ:

ধাপ	যথার্থতা
(১) PS ও QR সমান্তরাল এবং PQ তাদের ছেদক। ∴ ∠QPS + ∠PQR = 180° বা, $\frac{1}{2}$∠QPS + $\frac{1}{2}$∠PQR = 90° ∴ ∠MPQ + ∠MQP = 90°	[সামান্তরিকের সন্নিহিত কোণদ্বয়ের সমষ্টি 180°]
(২) এখন, ΔMPQ এ ∠PMQ + ∠MPQ + ∠MQP = 180° বা, ∠PMQ = 180° − (∠MPQ + ∠MQP) = 180° − 90° ∴ ∠PMQ = 90° (প্রমাণিত)	[ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি 180°] [ধাপ-১ থেকে]

★★ প্রশ্ন▸৭ *রাজউক উত্তরা মডেল কলেজ, ঢাকা*

তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য a = 6 সে.মি., b = 3.5 সে.মি., c = 4 সে.মি. এবং বৃহত্তম বাহু সংলগ্ন দুইটি কোণ ∠x = 75° এবং ∠y = 65° *◂ শিখনফল ২*

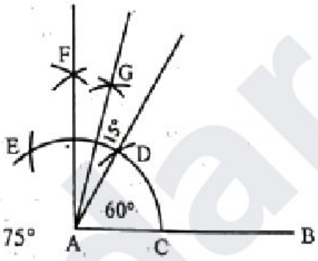
ক. পেন্সিল কম্পাসে ∠x আঁক। ২

খ. চতুর্ভুজটি অঙ্কন করো। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪

গ. উদ্দীপকে উল্লেখিত a ও c বাহু দুটিকে রম্বসের কর্ণ বিবেচনা করে রম্বসটি অঙ্কন করো। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪

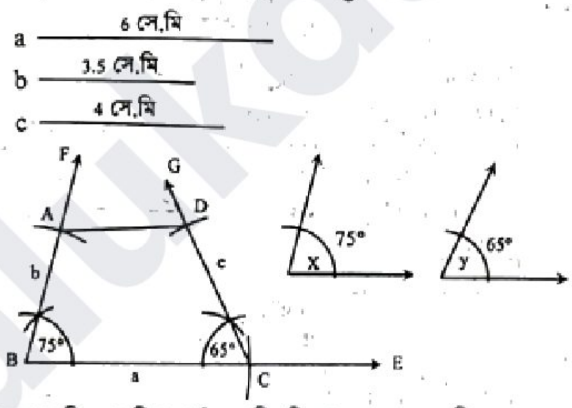
৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



চিত্রে, ∠BAG = x = 75°

খ



মনে করি, একটি চতুর্ভুজের তিনটি বাহু a = 6 সে.মি., b = 3.5 সে.মি., c = 4 সে.মি.। বৃহত্তম বাহু সংলগ্ন দুইটি কোণ ∠x = 75° এবং ∠y = 65° দেওয়া আছে। চতুর্ভুজটি আঁকতে হবে।

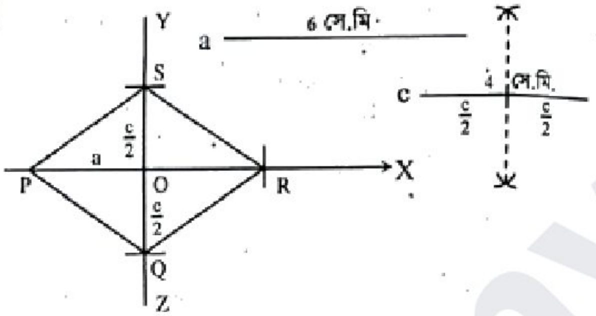
অঙ্কনের বিবরণ :

১. যে কোন রশ্মি BE থেকে BC = a নিই।

২. এবার, B ও C বিন্দুতে ∠x ও ∠y এর সমান করে যথাক্রমে ∠CBF ও ∠BCG অঙ্কন করি।

৩. অতঃপর BF থেকে BA = b এবং CG থেকে CD = c অংশ কেটে নিই। A, D যোগ করি। তাহলে, ABCD-ই উদ্দিষ্ট চতুর্ভুজ।

গ



দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য a = 6 সে.মি. এবং c = 4 সে.মি. দেওয়া আছে। একটি রম্বস আঁকতে হবে যার কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য a ও c এর দৈর্ঘ্যের সমান।

অঙ্কনের বিবরণ:

১. যেকোন রশ্মি PX থেকে PR = a কেটে নিই।

২. PR রেখাংশের লম্বদ্বিখণ্ডক YZ আঁকি যা PR কে O বিন্দুতে ছেদ করে।

৩. O বিন্দুকে কেন্দ্র করে $\frac{c}{2}$ এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে OY থেকে OS = $\frac{c}{2}$ এবং OZ থেকে OQ = $\frac{c}{2}$ কেটে নিই।

৪. P, S; P, Q; Q, R; S, R যোগ করি।

তাহলে PQRS-ই উদ্দিষ্ট রম্বস।

★★ প্রশ্ন▸৮ *বীরশ্রেষ্ঠ মুন্সী আব্দুর রউফ পাবলিক কলেজ, ঢাকা*

একটি সামান্তরিকের দুইটি সন্নিহিত বাহু যথাক্রমে 6 সে.মি. ও 4 সে.মি. এবং এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ 75°। *◂ শিখনফল ২*

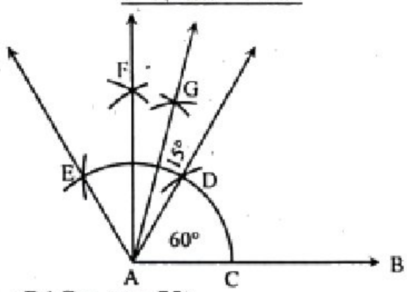
ক. পেন্সিল ও কম্পাস ব্যবহার করে 75° অঙ্কন করো। ২

খ. সামান্তরিকটি অঙ্কন করো এবং অঙ্কনের বিবরণ দাও। ৪

গ. সামান্তরিকটির বৃহত্তম কর্ণের সমান কর্ণবিশিষ্ট একটি বর্গ অঙ্কন করো। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক) ৪

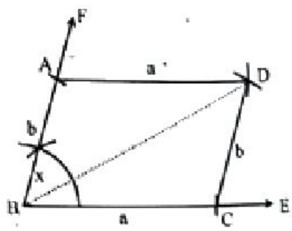
৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



চিত্রে, ∠BAG = ∠x = 75°

খ **বিশেষ নির্বচন:** মনে করি, একটি সামান্তরিকের সন্নিহিত দুইটি বাহু a = 6 সে.মি. ও b = 4 সে.মি. এবং তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ ∠x = 75° দেওয়া আছে। সামান্তরিকটি আঁকতে হবে।



অঙ্কনের বিবরণ:

১. যেকোনো রশ্মি BE থেকে BC = a নিই। B বিন্দুতে ∠EBF = ∠x অঙ্কন করি।

২. BF থেকে BA = b নিই। A ও C বিন্দুকে কেন্দ্র করে যথাক্রমে a ও b এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে ∠ABC এর অভ্যন্তরে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পরকে D বিন্দুতে ছেদ করে।

৩. A, D ও C, D যোগ করি।

তাহলে, ABCD-ই উদ্দিষ্ট সামান্তরিক।

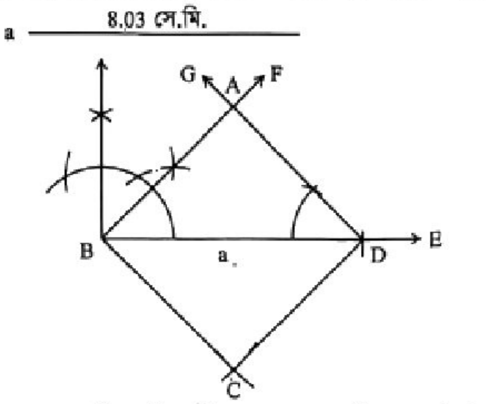
Talukdar Academy

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

গ 'খ' এর চিত্র হতে পরিমাপ করে পাই, সামান্তরিকটির বৃহত্তম কর্ণের দৈর্ঘ্য 8.03 সে.মি.।

সুতরাং, 8.03 সে.মি. কর্ণবিশিষ্ট একটি বর্গ আঁকতে হবে।



কোনো একটি বর্গের কর্ণ, a = 8.03 সে.মি. দেওয়া আছে। বর্গটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ:

১. প্রথমে যেকোনো রশ্মি BE থেকে BD = a নিই। এবার B বিন্দুতে $\angle EBF = 45°$ আঁকি এবং D বিন্দুতে $\angle BDG = \angle DBF$ আঁকি। BF ও DG পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে।

২. অতঃপর B ও D কে কেন্দ্র করে BA এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে BD-এর যে পাশে A বিন্দু অবস্থিত তার বিপরীত পাশে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। তারা পরস্পর C বিন্দুতে ছেদ করে।

৩. পরিশেষে C, B এবং C, D যোগ করি। তাহলে, ABCD-ই উদ্দিষ্ট বর্গ।

★★ প্রশ্ন ▶ ৯ *বগুড়া জিলা স্কুল*

দুইটি রেখাংশ a = 6.3 সে.মি., b = 4.5 সে.মি. এবং দুইটি কোণ $\angle x = 60°$ ও $\angle y = 85°$। *◀ শিখনফল ২*

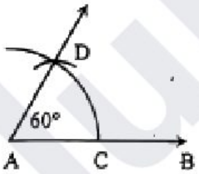
ক. পেন্সিল ও কম্পাস দিয়ে $\angle x$ আঁক। ২

খ. রেখাংশ দুইটিকে সন্নিহিত বাহু ধরে একটি আয়ত আঁক। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ দাও।) ৪

গ. a ও b কে সমান্তরাল বাহু এবং প্রদত্ত কোণ দুইটিকে a বাহু সংলগ্ন কোণ বিবেচনা করে একটি ট্রাপিজিয়াম আঁক। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪

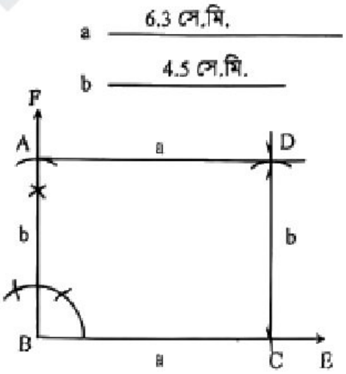
৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



চিত্রে, $\angle BAD = 60°$

খ



বিশেষ নির্বচন: মনে করি, একটি আয়তের সন্নিহিত বাহু a = 6.3 সে.মি. ও b = 4.5 সে.মি. দেওয়া আছে। আয়তটি আঁকতে হবে।

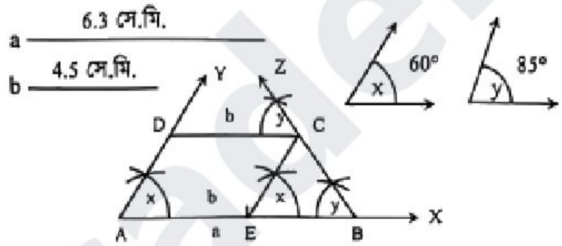
অঙ্কন:

১. যেকোনো রশ্মি BE থেকে BC = a নিই। এবার, B বিন্দুতে $BF \perp BC$ আঁকি এবং BF থেকে BA = b অংশ কেটে নিই।

২. অতঃপর A ও C বিন্দুদ্বয়কে কেন্দ্র করে যথাক্রমে a ও b এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে $\angle ABC$ এর অভ্যন্তরে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। মনে করি, এই চাপদ্বয় পরস্পর D বিন্দুতে ছেদ করে।

৩. A, D এবং C, D যোগ করি। তাহলে, ABCD-ই উদ্দিষ্ট আয়ত।

গ



মনে করি, ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদ্বয় a = 6.3 সে.মি. এবং b = 4.5 সে.মি., যেখানে, a > b এবং বৃহত্তম বাহু a সংলগ্ন কোণদ্বয় $\angle x = 60°$ ও $\angle y = 85°$। ট্রাপিজিয়ামটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন:

১. যেকোনো রশ্মি AX থেকে AB = a নিই। AB রেখাংশের A বিন্দুতে $\angle x$ এর সমান $\angle BAY$ এবং B বিন্দুতে $\angle y$ এর সমান $\angle ABZ$ আঁকি।

২. এবার AB রেখাংশ থেকে AE = b কেটে নিই। E বিন্দুতে $EC \parallel AY$ আঁকি যা BZ রশ্মিকে C বিন্দুতে ছেদ করে।

৩. এবার $CD \parallel BA$ আঁকি। CD রেখাংশ AY রশ্মিকে D বিন্দুতে ছেদ করে। তাহলে, ABCD ই উদ্দিষ্ট ট্রাপিজিয়াম।

★ প্রশ্ন ▶ ১০ *জামালপুর সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়*

ABCD চতুর্ভুজের বিপরীত বাহুগুলো পরস্পর সমান ও সমান্তরাল। *◀ শিখনফল ১*

ক. ত্রিভুজের সর্বসমতার দুইটি শর্ত লিখ। ২

খ. দেখাও যে ABCD একটি সামান্তরিক। ৪

গ. প্রমাণ করো যে, $\angle A$ ও $\angle C$ এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় পরস্পর সমান্তরাল। ৪

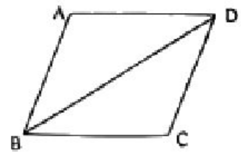
১০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ত্রিভুজের সর্বসমতার ২টি শর্ত নিম্নরূপ:

১। বাহু-বাহু-বাহু শর্ত: দুটি ত্রিভুজের তিনটি বাহু পরস্পর সমান হলে ত্রিভুজ দুটি সর্বসম হয়।

২। বাহু-কোণ-বাহু শর্ত: দুটি ত্রিভুজের যেকোনো দুটি বাহু এবং তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ পরস্পর সমান হলে ত্রিভুজ দুটি সর্বসম হয়।

খ বিশেষ নির্বচন: মনে করি, ABCD চতুর্ভুজের AD ও BC পরস্পর সমান ও সমান্তরাল। প্রমাণ করতে হবে যে, চতুর্ভুজ ABCD একটি সামান্তরিক।



অঙ্কন: B, D যোগ করি।

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

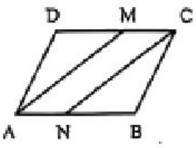
প্রমাণ: ধাপ — যথার্থতা

১. AD ∥ BC এবং BD তাদের ছেদক
$\therefore \angle ADB = \angle CBD$ [একান্তর কোণ]

২. এখন, ΔABD ও ΔBCD-এ
AD = BC [দেওয়া আছে]
BD সাধারণ বাহু
এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle ADB$ = অন্তর্ভুক্ত $\angle CBD$
অতএব, $\Delta ABD \cong \Delta BCD$ [ত্রিভুজের বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]
সুতরাং, AB = CD এবং $\angle BDC = \angle ABD$.

৩. এখন, AB ও CD রেখাদ্বয়ের ছেদক BD দ্বারা উৎপন্ন একান্তর কোণদ্বয় সমান হওয়ায় AB ও CD রেখাদ্বয় সমান্তরাল
$\therefore$ ABCD চতুর্ভুজে AD = BC ও AD ∥ BC
এবং AB = DC ও AB ∥ DC [(২) হতে]
$\therefore$ ABCD একটি সামান্তরিক। (প্রমাণিত)

গ বিশেষ নির্বচন: ABCD সামান্তরিকের $\angle A$ ও $\angle C$ এর সমদ্বিখণ্ডক যথাক্রমে AM ও CN. প্রমাণ করতে হবে যে AM ∥ CN.



প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) ABCD সামান্তরিকের, $\angle BAD = \angle BCD$ বা, $\frac{1}{2}\angle BAD = \frac{1}{2}\angle BCD$ $\therefore \angle MAN = \angle MCN$	[যেহেতু সামান্তরিকের বিপরীত কোণগুলো পরস্পর সমান] [∵ AM ও CN যথাক্রমে এদের সমদ্বিখণ্ডক]
(২) আবার, AB ∥ CD এবং CN তাদের ছেদক $\therefore \angle MCN = \angle BNC$ $\therefore \angle MAN = \angle MCN = \angle BNC$ $\therefore \angle MAN = \angle BNC$ কিন্তু এরা অনুরূপ কোণ। $\therefore$ AM ∥ CN (প্রমাণিত)	[একান্তর কোণ]

★★ প্রশ্ন ▸ ১১ ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ মোমেনশাহী

ABCD সামান্তরিকের AC ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করেছে। ◂শিখনফল ১

ক. $\angle BAD = 70°$ হলে $\angle ABC$ এর মান নির্ণয় করো। ২

খ. AC = BD হলে প্রমাণ করো যে, ABCD একটি আয়ত। ৪

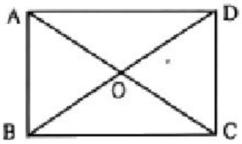
গ. AB = AD হলে প্রমাণ করো যে, AC ও BD পরস্পরকে O বিন্দুতে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে। ৪

১১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক

দেওয়া আছে, $\angle BAD = 70°$
এখন, $\angle BAD + \angle ABC = 180°$
[∵ সামান্তরিকের সন্নিহিত কোণদ্বয়ের যোগফল এক সমকোণ]
বা, $70° + \angle ABC = 180°$
$\therefore \angle ABC = 180° - 70° = 110°$ (Ans.)

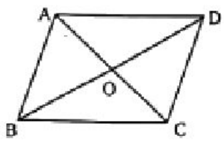
খ বিশেষ নির্বচন: মনে করি, ABCD একটি সামান্তরিক এবং AC ও BD এর দুইটি কর্ণ যেখানে AC = BD. প্রমাণ করতে হবে যে, ABCD একটি আয়ত।



প্রমাণ:

ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔABC এবং ΔBCD-এ, AB = DC; AC = BD; এবং BC সাধারণ বাহু। $\therefore \Delta ABC \cong \Delta BCD$ $\therefore \angle ABC = \angle BCD$	[∵ সামান্তরিকের বিপরীত বাহু] [দেওয়া আছে] [ত্রিভুজের বাহু-বাহু-বাহু উপপাদ্য]
(২) ABCD সামান্তরিকে, AB ∥ CD; BC এদের ছেদক যার একই পার্শ্বে অবস্থিত দুইটি অন্তঃস্থ কোণ $\angle ABC$ ও $\angle BCD$. $\therefore \angle ABC + \angle BCD = 180°$; বা, $\angle ABC + \angle ABC = 180°$; [∵ $\angle ABC = \angle BCD$] বা, $2\angle ABC = 180°$ $\therefore \angle ABC = 90°$ আমরা জানি, সামান্তরিকের একটি কোণ সমকোণ হলে তা একটি আয়ত হয়। $\therefore$ ABCD একটি আয়ত। (প্রমাণিত)	[∵ দুইটি সমান্তরাল রেখার ছেদকের একই পার্শ্বের অন্তঃস্থ কোণদ্বয়ের সমষ্টি দুই সমকোণ]

গ বিশেষ নির্বচন: মনে করি, ABCD সামান্তরিকের AB = AD। AC ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, AC ও BD পরস্পরকে O বিন্দুতে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে।



প্রমাণ:

ধাপ	যথার্থতা
(১) AO = CO, BO = DO.	[সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]
(২) এখন ΔAOB ও ΔAOD এ AB = AD, AO = AO এবং OB = OD অতএব, $\Delta AOB \cong \Delta AOD$ $\therefore \angle AOB = \angle AOD$	[দেওয়া আছে] [সাধারণ বাহু] [ধাপ-১ হতে] [ত্রিভুজের বাহু-বাহু-বাহু উপপাদ্য]
(৩) কিন্তু $\angle AOB + \angle AOD$ = 1 সরলকোণ = 2 সমকোণ বা, $\angle AOB + \angle AOB$ = 2 সমকোণ বা, $2\angle AOB$ = 2 সমকোণ। $\therefore \angle AOB$ = 1 সমকোণ $\therefore$ AC ও BD পরস্পরকে O বিন্দুতে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে। (প্রমাণিত)	

★ প্রশ্ন ▸ ১২ জামালপুর জিলা স্কুল

(i) একটি চতুর্ভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য 3 সে.মি., 4 সে.মি., 4.5 সে.মি. এবং দুটি কর্ণ 5.2 সে.মি. ও 6 সে.মি.।

(ii) দুটি কোণ 90° এবং 60°। ◂শিখনফল ২

ক. পেনসিল কম্পাস ব্যবহার করে (ii) এর কোণ দুটি আঁক। ২

খ. (i) নং এ প্রদত্ত তথ্য ব্যবহার করে অঙ্কনের বিবরণসহ চিত্র আঁক। ৪

গ. (i) নং বর্ণিত বাহু ঠিক রেখে কর্ণ দুটির পরিবর্তে (ii) নং এ প্রদত্ত কোণ দুটি ব্যবহার করে অঙ্কনের বিবরণসহ চতুর্ভুজটি আঁক। ৪

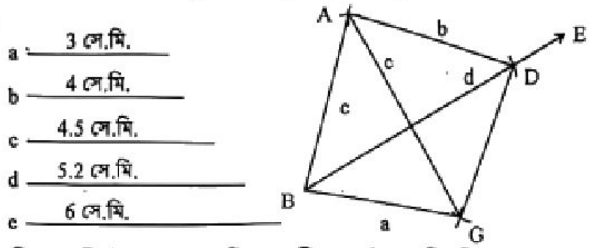
Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

১২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক

খ



বিশেষ নির্বচন: মনে করি, একটি চতুর্ভুজের তিনটি বাহু a = 3 সে.মি., b = 4 সে.মি., c = 4.5 সে.মি. এবং দুইটি কর্ণ, d = 5.2 সে.মি., e = 6 সে.মি. দেওয়া আছে। চতুর্ভুজটি আঁকতে হবে।

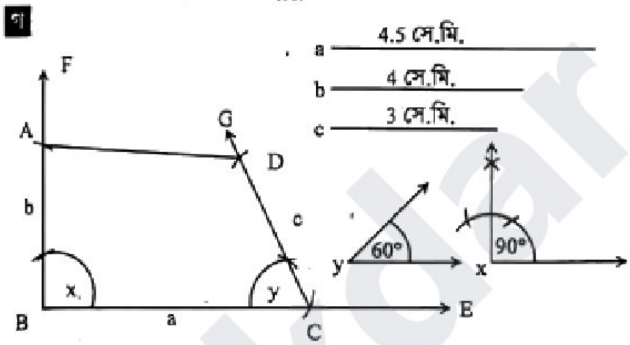
অঙ্কনের বিবরণ:

১. যেকোনো রশ্মি BE থেকে BD = d নিই। এবার, B ও D বিন্দুদ্বয়কে কেন্দ্র করে যথাক্রমে c ও b এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে BD এর যেকোনো একপাশে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি এবং মনে করি বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে।

২. অতঃপর B ও A-কে কেন্দ্র করে যথাক্রমে a ও e এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে BD-এর যেপাশে A অবস্থিত তার বিপরীত পাশে আরও দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। এই বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পর C বিন্দুতে ছেদ করে।

৩. A, B; A, D; B, C; C, D এবং A, C যোগ করি। তাহলে, ABCD-ই উদ্দিষ্ট চতুর্ভুজ।

গ



বিশেষ নির্বচন: মনে করি, একটি চতুর্ভুজের তিনটি বাহু a = 4.5 সে.মি., b = 4 সে.মি., c = 3 সে.মি. এবং এর দুইটি কোণ $\angle x = 90^\circ$ ও $\angle y = 60^\circ$ দেওয়া আছে। চতুর্ভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ:

১. যেকোনো রশ্মি BE থেকে BC = a নিই।

২. এবার, B ও C বিন্দুতে ∠x ও ∠y-এর সমান যথাক্রমে ∠CBF ও ∠BCG অঙ্কন করি।

৩. অতঃপর BF থেকে BA = b এবং CG থেকে CD = c অংশ কেটে নিই। A, D যোগ করি। তাহলে, ABCD-ই উদ্দিষ্ট চতুর্ভুজ।

★ প্রশ্ন ▶ ১৩ *শিখনফলভিত্তিক অনন্য প্রশ্ন-১*

ABCD একটি আয়তক্ষেত্রের কর্ণদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করে। *◀শিখনফল▶*

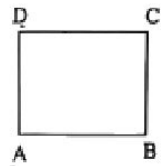
ক. চিত্রসহ আয়তক্ষেত্রের সংজ্ঞা দাও। ২

খ. দেখাও যে, ABCD আয়তক্ষেত্রের AC = BD, AO = CO, BO = DO. ৪

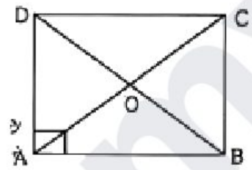
গ. 'AB, BC, CD এবং AD এর মধ্যবিন্দুগুলোর যোগফল দ্বারা রম্বস তৈরি হয়'— প্রমাণ করো। ৪

১৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক **আয়তক্ষেত্র:** যে সামান্তরিকের একটি কোণ সমকোণ, তাই আয়ত। আয়তের চারটি কোণ সমকোণ। আয়ত দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রকে আয়তক্ষেত্র বলে। চিত্রে, ABCD একটি আয়তক্ষেত্র।



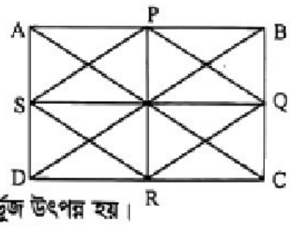
খ **বিশেষ নির্বচন:** মনে করি, ABCD আয়তের AC ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে,
(i) AC = BD
(ii) AO = CO, BO = DO



প্রমাণ:

ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔABD ও ΔACD এ AB = DC এবং AD = AD অন্তর্ভুক্ত ∠DAB = অন্তর্ভুক্ত ∠ADC সুতরাং, ΔABD ≅ ΔACD সুতরাং, AC = BD	[সামান্তরিকের বিপরীত বাহু পরস্পর সমান] [সাধারণ বাহু] [প্রত্যেকে সমকোণ] [ত্রিভুজের বাহু-কোণ-বাহু-উপপাদ্য]
(২) আয়ত একটি সামান্তরিক। সুতরাং AO = CO, BO = DO অতএব, ABCD আয়তক্ষেত্রের AC = BD, AO = CO, BO = DO (প্রমাণিত)	[সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]

গ **বিশেষ নির্বচন:** মনে করি, ABCD একটি আয়ত। এর AB, BC, CD এবং AD বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে P, Q, R এবং S। P,Q; Q, R; R,S এবং S,P যোগ করলে PQRS একটি চতুর্ভুজ উৎপন্ন হয়। প্রমাণ করতে হবে যে, PQRS একটি রম্বস।



অঙ্কন: A, C; B, D; P, R এবং S, Q যোগ করি।

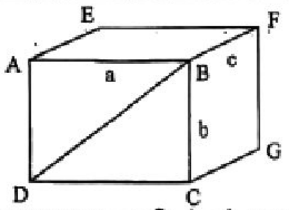
প্রমাণ:

ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔABD ও ΔBCD এর সন্নিহিত বাহুর মধ্যবিন্দুদ্বয়ের সংযোজক রেখাংশ যথাক্রমে PS এবং QR. ∴ PS ∥ BD এবং QR ∥ BD এবং $PS = \frac{1}{2}BD = QR$. ∴ PS = QR এবং PS ∥ QR অনুরূপভাবে, Δ ABC ও Δ ADC নিয়ে প্রমাণ করা যায় যে, PQ = SR এবং PQ ∥ SR	[ত্রিভুজের দুই বাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোজক রেখাংশ তৃতীয় বাহুর সমান্তরাল ও দৈর্ঘ্যে তার অর্ধেক।]
(২) এখন, Δ APS ও Δ BPQ-এ AP = BP; AS = BQ ; এবং অন্তর্ভুক্ত ∠PAS = অন্তর্ভুক্ত ∠PBQ ∴ Δ APS ≅ Δ BPQ ∴ PS = PQ	[∵ P, AB এর মধ্যবিন্দু] [∵ আয়তের বিপরীত বাহুর অর্ধেক পরস্পর সমান] [প্রত্যেকে 90°]
(৩) সুতরাং PQ = QR = SR = PS অর্থাৎ, PQRS চতুর্ভুজের সবগুলো বাহু পরস্পর সমান এবং বিপরীত বাহুগুলো পরস্পর সমান্তরাল। ∴ PQRS একটি রম্বস। (প্রমাণিত)	[(১) ও (২) থেকে]

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

★ প্রশ্ন ▶ ১৪ *শিখনফলভিত্তিক অনন্য প্রশ্ন-২*



চিত্রে, ABCDEFG ঘনবস্তুটির দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে a, b ও c একক। ◂ শিখনফল ২, ৩ ও ৫

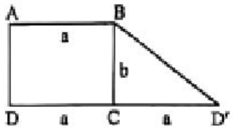
ক. $a = 6$ সে.মি. ও $b = 8$ সে.মি. হলে, ABCD চতুর্ভুজ ও BCD ত্রিভুজের সমন্বয়ে অধিক ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো। ২

খ. $a = 2b = 4c = 8$ সে.মি. হলে, ঘনবস্তুটির সমগ্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল ও আয়তন কত হবে? ৪

গ. $a = b = c = 5$ সে.মি. হলে ঘনবস্তুটি চিহ্নিতকরণের সমগ্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় করো। ৪

১৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক চিত্রে, ABCD চতুর্ভুজ ও BCD ত্রিভুজ পাশাপাশি যুক্ত করে অঙ্কিত ট্রাপিজিয়াম ABD'D.



ট্রাপিজিয়ামটির সমান্তরাল বাহুদ্বয়, $AB = a = 6$ সে.মি. ও $DD' = CD + CD' = a + a = 2a = 2 \times 6 = 12$ সে.মি. এবং উচ্চতা $= BC = b = 8$ সে.মি.

$\therefore$ ট্রাপিজিয়ামটির ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}(AB + DD') \times BC$

$= \frac{1}{2} \times (6 + 12) \times 8 = 72$ বর্গ সে.মি. (Ans.)

খ দেওয়া আছে, ঘনবস্তুটির দৈর্ঘ্য, $a = 8$ সে.মি.

প্রস্থ, $b = \frac{a}{2} = \frac{8}{2} = 4$ সে.মি.

এবং উচ্চতা, $c = \frac{a}{4} = \frac{8}{4} = 2$ সে.মি.

$\therefore$ ঘনবস্তুটির সমগ্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল $= 2(ab + bc + ca)$

$= 2(8 \times 4 + 4 \times 2 + 2 \times 8)$ বর্গ সে.মি.

$= 2(32 + 8 + 16)$ বর্গ সে.মি.

$= (2 \times 56)$ বর্গ সে.মি.

$= 112$ বর্গ সে.মি. (Ans.)

এবং আয়তন $= abc = 8 \times 4 \times 2 = 64$ ঘন সে.মি. (Ans.)

গ দেওয়া আছে, $a = b = c = 5$ সে.মি.

অর্থাৎ, ঘনবস্তুটির সবগুলো ধার পরস্পর সমান

$\therefore$ ঘনবস্তুটি একটি ঘনক নির্দেশ করে।

এখানে, ঘনকের ধার = 5 সে.মি.

$\therefore$ ঘনকের সমগ্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল $= 6 \times (5)^2$ বর্গ সে.মি.

$= (6 \times 25)$ বর্গ সে.মি.

$= 150$ বর্গ সে.মি. (Ans.)

এবং ঘনকের আয়তন $= 5^3 = 125$ ঘন সে.মি. (Ans.)

★★ প্রশ্ন ▶ ১৫ *শিখনফলভিত্তিক অনন্য প্রশ্ন-৩*

একটি চতুর্ভুজের দুটি সন্নিহিত বাহুর দৈর্ঘ্য $a = 11$ সে.মি., $b = 8$ সে.মি. এবং তিনটি কোণ $\angle x = 70°$, $\angle y = 85°$, $\angle z = 120°$। ◂ শিখনফল ১ ও ২

ক. কোনো বর্গের পরিসীমা 16 সে.মি. হলে এর কর্ণের দৈর্ঘ্য কত সে.মি.? ২

খ. অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণসহ চতুর্ভুজটি অঙ্কন করো। ৪

গ. এমন একটি রম্বস অঙ্কন কর যার একটি বাহুর দৈর্ঘ্য a এর সমান এবং একটি কোণ ∠x এর সমান। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪

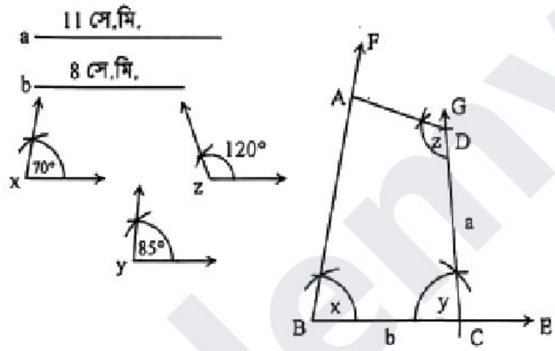
১৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, বর্গের পরিসীমা = 16 সে.মি.

বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য a হলে, শর্তমতে, $4a = 16 \therefore a = 4$ সে.মি.

$\therefore$ বর্গের কর্ণের দৈর্ঘ্য $= a \times \sqrt{2}$ সে.মি. $= 4\sqrt{2}$ সে.মি. (Ans.)

খ



মনে করি, একটি চতুর্ভুজের দুটি সন্নিহিত বাহু $a = 11$ সে.মি., $b = 8$ সে.মি. এবং তিনটি কোণ $\angle x = 70°$, $\angle y = 85°$ এবং $\angle z = 120°$ দেওয়া আছে। চতুর্ভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ:

১. যেকোনো রশ্মি BE থেকে BC = b নিই।

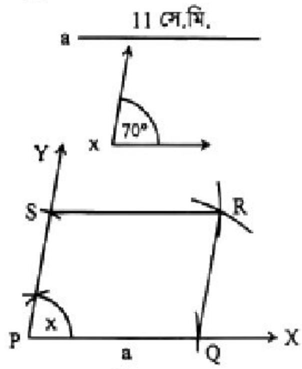
২. B ও C বিন্দুতে যথাক্রমে ∠x = ∠CBF ও ∠y = ∠BCG আঁকি।

৩. CG থেকে CD = a নিই।

৪. CD রেখার D বিন্দুতে ∠CDA = ∠z আঁকি। DA রেখা BF কে A বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে ABCD-ই উদ্দিষ্ট চতুর্ভুজ।

গ দেওয়া আছে, রম্বসের বাহুর দৈর্ঘ্য, $a = 11$ সে.মি. এবং একটি কোণ $\angle x = 70°$। রম্বসটি আঁকতে হবে।



অঙ্কনের বিবরণ:

১. যেকোনো রশ্মি PX থেকে PQ = a কেটে নিই।

২. P বিন্দুতে ∠QPY = ∠x আঁকি।

৩. PY রশ্মি থেকে PQ এর সমান করে PS কেটে নিই।

৪. Q ও S বিন্দু থেকে PQ এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে ∠SPQ এর অভ্যন্তরে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পরকে R বিন্দুতে ছেদ করে।

৫. S, R ; Q, R যোগ করি। তাহলে, PQRS ই উদ্দিষ্ট রম্বস।

★★ প্রশ্ন ▶ ১৬ *শিখনফলভিত্তিক অনন্য প্রশ্ন-৪*

একটি চতুর্ভুজের তিনটি বাহুর-দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 7 সে.মি., 5 সে.মি., 3 সে.মি. এবং দুটি অন্তর্ভুক্ত কোণ 70° ও 80°। ◂ শিখনফল ২

ক. একটি আয়তের দুটি সন্নিহিত বাহুর দৈর্ঘ্য 6 সে.মি. ও 3 সে.মি.। আয়তটি অঙ্কন করো। ২

খ. অঙ্কনের বিবরণসহ চতুর্ভুজটি অঙ্কন করো। ৪

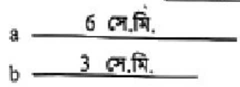
গ. উদ্দীপকের চতুর্ভুজের তিন বাহুর সমষ্টি ও ক্ষুদ্রতম কোণকে যথাক্রমে একটি রম্বসের পরিসীমা ও একটি কোণ ধরে রম্বসটি অঙ্কন করো। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪

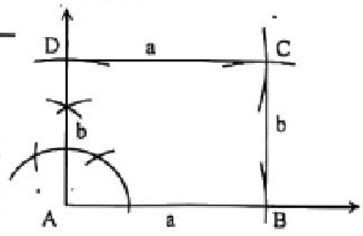
Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

১৬ নং প্রশ্নের সমাধান

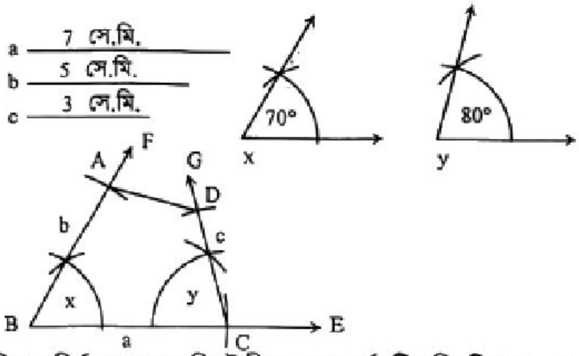
ক





চিত্রে, ABCD আয়তের AB = CD = 6 সে.মি. এবং BC = AD = 3 সে.মি.।

খ

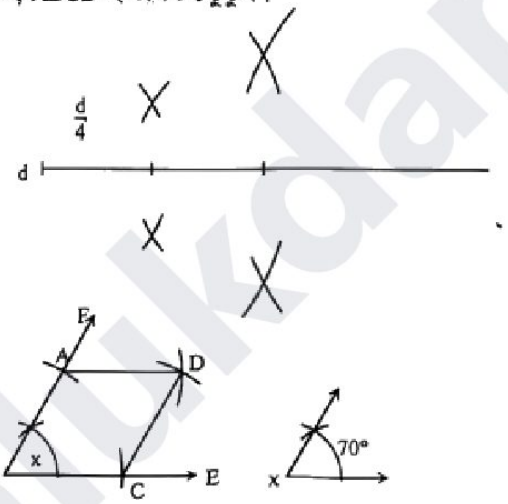


বিশেষ নির্বচন: মনে করি, উদ্দীপকের চতুর্ভুজটির তিনটি বাহু a, b ও c এর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 7 সে.মি., 5 সে.মি. ও 3 সে.মি. এবং a ও b বাহুর অন্তর্ভুক্ত $\angle x = 70°$ এবং a ও c বাহুর অন্তর্ভুক্ত $\angle y = 80°$ । চতুর্ভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ: যেকোনো রশ্মি BE থেকে BC = a নিই। B ও C বিন্দুতে $\angle x$ ও $\angle y$ এর সমান করে যথাক্রমে $\angle CBF$ ও $\angle BCG$ অঙ্কন করি। BF থেকে BA = b এবং CG থেকে CD = c নিই। A, D যোগ করি।

তাহলে, ABCD-ই উদ্দিষ্ট চতুর্ভুজ।

গ



বিশেষ নির্বচন: দেওয়া আছে, একটি রম্বসের পরিসীমা প্রদত্ত চতুর্ভুজের তিনটি বাহুর সমষ্টির সমান অর্থাৎ, পরিসীমা, $d = 7 + 5 + 3 = 15$ সে.মি. এবং একটি কোণ চতুর্ভুজটি ক্ষুদ্রতম কোণ, $\angle x = 70°$ এর সমান। রম্বসটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ: যে কোন রশ্মি BE থেকে $BC = \frac{d}{4}$ অংশ কেঁটে নিই। B বিন্দুতে $\angle CBF = \angle x$ আঁকি। BF থেকে BA = BC নিই। A ও C কে কেন্দ্র করে BC এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে $\angle ABC$ এর অভ্যন্তরে দুটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পর D বিন্দুতে ছেদ করে। A, D ও C, D যোগ করি।

তাহলে, ABCD-ই উদ্দিষ্ট রম্বস।

প্রশ্নব্যাংক

★★ প্রশ্ন ▸ ১৭ *শিখনফলভিত্তিক অনন্য প্রশ্ন-৫*

ABCD একটি সামান্তরিক যার $\angle DAB = 80°$.

◂ শিখনফল ১ ও ২

ক. $\frac{1}{2}\angle ADC + \frac{1}{2}\angle BCD$ এর মান নির্ণয় করো। ২

খ. ABCD চতুর্ভুজের AC ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পর সমান এবং O বিন্দুতে পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে। প্রমাণ করো যে, ABCD একটি বর্গ। ৪

গ. AP ও CQ, BD এর উপর লম্ব হলে প্রমাণ করো যে, APCQ একটি সামান্তরিক। ৪

উত্তর: ক. 90°।

★ প্রশ্ন ▸ ১৮ *শিখনফলভিত্তিক অনন্য প্রশ্ন-৬*

ABCD একটি চতুর্ভুজ যেখানে AB = CD, AB ∥ CD

◂ শিখনফল ১, ২ ও ৩

ক. ট্রাপিজিয়াম কী? এর ক্ষেত্রফলের সূত্রটি লেখো। ২

খ. উদ্দীপকের চতুর্ভুজটির বাহুগুলো পরস্পর সমান হলে প্রমাণ করো যে, এর কর্ণদ্বয় সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত হয়। ৪

গ. উদ্দীপকের চতুর্ভুজটির ক্ষেত্রে প্রমাণ করো যে, AD = BC এবং AD ∥ BC ৪

★★ প্রশ্ন ▸ ১৯ *শিখনফলভিত্তিক অনন্য প্রশ্ন-৭*

একটি সামান্তরিকের দুইটি সন্নিহিত বাহু 4 সে.মি.ও 3 সে.মি. এবং এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ 120°।

◂ শিখনফল ২

ক. পেন্সিল কম্পাসে 120° কোণ আঁকো। ২

খ. অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণসহ সামান্তরিকটি আঁকো। ৪

গ. সামান্তরিকের ক্ষুদ্রতম কর্ণকে কোনো রম্বসের একটি বাহু এবং বৃহত্তম কর্ণকে ঐ রম্বসের কর্ণ ধরে রম্বসটি আঁকো। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক) ৪

★★ প্রশ্ন ▸ ২০ *শিখনফলভিত্তিক অনন্য প্রশ্ন-৮*

দুইটি নির্দিষ্ট রেখাংশ a = 6 সে.মি., B = 4.5 সে.মি. এবং দুইটি কোণ $\angle x = 75°$ ও $\angle y = 85°$।

◂ শিখনফল ২

ক. পেন্সিল কম্পাসের সাহায্যে $\angle x$ আঁকো। ২

খ. রেখাংশ দু'টিকে সন্নিহিত বাহু বিবেচনা করে একটি আয়ত আঁকো। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক) ৪

গ. a ও b কে সমান্তরাল বাহু এবং প্রদত্ত কোণ দুটিকে a বাহু সংলগ্ন কোণ বিবেচনা করে ট্রাপিজিয়াম আঁকো। (অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক) ৪

★ প্রশ্ন ▸ ২১ *শিখনফলভিত্তিক অনন্য প্রশ্ন-৯*

দৃশ্যকল্প-১: ABCD চতুর্ভুজের দুইটি কর্ণ AC ও BD, O বিন্দুতে এমনভাবে ছেদ করে যেন OA = 4.6 সে.মি., OB = 6.1 সে.মি., OC = 3.9 সে.মি., OD = 4.6 সে.মি. ও $\angle AOB = 110°$

দৃশ্যকল্প-২: একটি রম্বসের একবাহু 4 সে.মি. ও একটি কর্ণ 5.2 সে.মি.।

◂ শিখনফল ১ ও ২

ক. আয়তক্ষেত্রের সংজ্ঞা দাও। ২

খ. দৃশ্যকল্প-১ হতে ABCD চতুর্ভুজটি অঙ্কন করো। ৪

গ. দৃশ্যকল্প-২ হতে রম্বসটি অঙ্কন করো। ৪

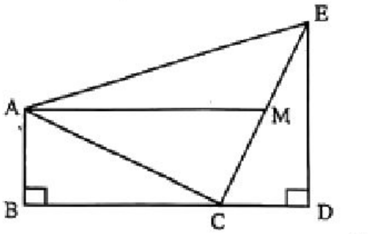
Talukdar Academy

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

নবম অধ্যায় — পিথাগোরাসের উপপাদ্য

★★ প্রশ্ন ▸ ১ JSC দি. বো. ২০১৯



◂ শিখনফল ১ ও ৩

চিত্রে, $\angle B = \angle D = 90°$, $AB = CD$, $BC = DE$ এবং M, CE এর মধ্যবিন্দু।

ক. প্রমাণ কর যে, $\Delta ABC \cong \Delta CDE$ — ২

খ. প্রমাণ কর যে, $AC^2 = AB^2 + BC^2$ — ৪

গ. দেখাও যে, $AE^2 + CM^2 = AM^2 + CE^2$ — ৪

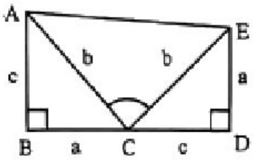
১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ΔABC ও ΔCDE এ, $AB = CD$

$BC = DE$ এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle B$ = অন্তর্ভুক্ত $\angle D = 90°$

$\therefore \Delta ABC \cong \Delta CDE$ [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য] (প্রমাণিত)

খ



মনে করি, ABC সমকোণী ত্রিভুজের $\angle B = 90°$, অতিভুজ $AC = b$, $AB = c$ ও $BC = a$

প্রমাণ করতে হবে যে, $AC^2 = AB^2 + BC^2$। অর্থাৎ $b^2 = c^2 + a^2$

প্রমাণ:

ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔABC ও ΔCDE এ $AB = CD = c$, $BC = DE = a$ এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle ABC$ = অন্তর্ভুক্ত $\angle CDE$ সুতরাং, $\Delta ABC \cong \Delta CDE$ $\therefore AC = CE = b$ এবং $\angle BAC = \angle ECD$	[প্রত্যেকে সমকোণ] [বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]
(২) আবার, $AB \perp BD$ এবং $ED \perp BD$ বলে $AB \parallel ED$ সুতরাং, ABDE একটি ট্রাপিজিয়াম।	
(৩) আবার, $\angle ACB + \angle BAC = \angle ACB + \angle ECD$ = এক সমকোণ। $\therefore \angle ACE$ এক সমকোণ। $\therefore \Delta ACE$ সমকোণী ত্রিভুজ। এখন, ABDE ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল = (Δ ক্ষেত্র ABC + Δ ক্ষেত্র CDE + Δ ক্ষেত্র ACE) বা, $\frac{1}{2}BD(AB+DE) = \frac{1}{2}ac + \frac{1}{2}ac + \frac{1}{2}b^2$ বা, $\frac{1}{2}(BC + CD)(AB + DE) = \frac{1}{2}[2ac + b^2]$ বা, $(a + c)(a + c) = 2ac + b^2$ বা, $a^2 + 2ac + c^2 = 2ac + b^2$ $\therefore b^2 = c^2 + a^2$ (প্রমাণিত)	$\therefore \angle BAC = \angle ECD$ [ট্রাপিজিয়াম ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}$ সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের যোগফল × সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব]

গ ΔACE এ, $AC = CE$ এবং $\angle ACE = 90°$ ['খ' হতে]

$\therefore AE^2 = AC^2 + CE^2$ ……… (i)

আবার, ΔACM এ, $\angle ACM = 90°$

$\therefore AM^2 = AC^2 + CM^2$ ……… (ii)

(i) নং সমীকরণের উভয়পক্ষে CM^2 যোগ করে পাই,

$AE^2 + CM^2 = AC^2 + CE^2 + CM^2$

বা, $AE^2 + CM^2 = AC^2 + CM^2 + CE^2$

$\therefore AE^2 + CM^2 = AM^2 + CE^2$ [(ii) হতে]

(প্রমাণিত)

★★ প্রশ্ন ▸ ২ JSC দি. বো. ২০১৮

ΔABCএ $\angle A = 90°$, BP এবং CQ দুইটি মধ্যমা। ◂ শিখনফল ৩

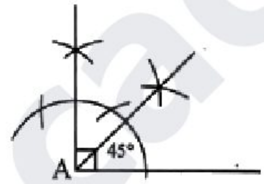
ক. পেন্সিল কম্পাসের সাহায্যে $\angle A$ কে সমদ্বিখণ্ডিত করো। — ২

খ. প্রমাণ কর যে, $BC^2 = CQ^2 + 3AQ^2$ — ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $5BC^2 = 4(BP^2 + CQ^2)$ — ৪

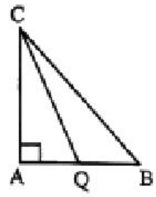
২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



খ **বিশেষ নির্বচন:** ABC ত্রিভুজের $\angle A$ সমকোণ এবং CQ একটি মধ্যমা।

প্রমাণ করতে হবে যে, $BC^2 = CQ^2 + 3AQ^2$

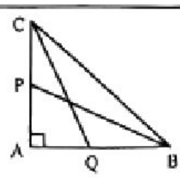


প্রমাণ:

ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔABC-এর CQ মধ্যমা $\therefore AQ = BQ$	[ত্রিভুজের যে কোনো শীর্ষ বিন্দু থেকে অঙ্কিত মধ্যমা তার বিপরীত বাহুকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]
(২) চিত্র থেকে, $AB = AQ + BQ$ $= AQ + AQ$ $= 2AQ$	[ধাপ (১) থেকে প্রাপ্ত]
(৩) এখন ΔABC-এ $\angle A$ = এক সমকোণ $\therefore BC^2 = AB^2 + AC^2$ $= (2AQ)^2 + AC^2$ $= 4AQ^2 + AC^2$ বা, $BC^2 - 4AQ^2 = AC^2$	[পিথাগোরাসের সূত্রানুসারে] [ধাপ (২) থেকে প্রাপ্ত] [পক্ষান্তর করে]
(৪) আবার, ΔAQC-এ $\angle A$ = এক সমকোণ $\therefore AC^2 + AQ^2 = CQ^2$ বা, $BC^2 - 4AQ^2 + AQ^2 = CQ^2$ বা, $BC^2 - 3AQ^2 = CQ^2$ $\therefore BC^2 = CQ^2 + 3AQ^2$ (প্রমাণিত)	[পিথাগোরাসের সূত্রানুসারে] [ধাপ (৩) থেকে প্রাপ্ত]

গ **বিশেষ নির্বচন:** ABC ত্রিভুজের $\angle A$ সমকোণ, BP ও CQ দুইটি মধ্যমা।

প্রমাণ করতে হবে যে, $5BC^2 = 4(BP^2 + CQ^2)$



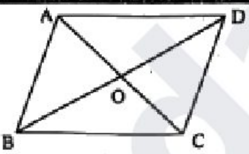
Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

প্রমাণ:

ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔABC-এর BP ও CQ দুইটি মধ্যমা $\therefore AP = \frac{1}{2}AC$ এবং $AQ = \frac{1}{2}AB$	[ত্রিভুজের যে কোনো শীর্ষবিন্দু থেকে অঙ্কিত মধ্যমা তার বিপরীত বাহুকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]
(২) ΔABC এ $\angle A$ সমকোণ। $\therefore AB^2 + AC^2 = BC^2$..........(i)	[পিথাগোরাসের সূত্রানুসারে]
(৩) আবার, ΔABP এ $\angle A$ সমকোণ। $\therefore AB^2 + AP^2 = BP^2$ ....(ii)	[একই কারণে]
(৪) তদ্রূপ ΔACQ এ $\angle A$ সমকোণ $\therefore AC^2 + AQ^2 = CQ^2$ ....(iii)	[একই কারণে]
(৫) এখন, $AB^2 + AP^2 + AC^2 + AQ^2 = BP^2 + CQ^2$	[(ii) ও (iii) যোগ করে]
বা, $AB^2 + \left(\frac{1}{2}AC\right)^2 + AC^2 + \left(\frac{1}{2}AB\right)^2 = BP^2 + CQ^2$	[ধাপ (১) হতে]
বা, $AB^2 + AC^2 + \frac{1}{4}AB^2 + \frac{1}{4}AC^2 = BP^2 + CQ^2$	
বা, $(AB^2 + AC^2) + \frac{1}{4}(AB^2 + AC^2) = BP^2 + CQ^2$	[ধাপ (২) থেকে প্রাপ্ত]
বা, $BC^2 + \frac{1}{4}BC^2 = BP^2 + CQ^2$ বা, $\frac{5}{4}BC^2 = BP^2 + CQ^2$ $\therefore 5BC^2 = 4(BP^2 + CQ^2)$ (প্রমাণিত)	

★ প্রশ্ন ▶ ৩ JSC ব্র. বো. ২০১৯



চিত্রে, ABCD একটি সামান্তরিক। ◀ অনুশীলনী ৮ : ৩.৯ এর সমরূপে

ক. $\angle B = 75°$ হলে, $\angle C$ ও $\angle D$ এর ডিগ্রী পরিমাপ কত? ২

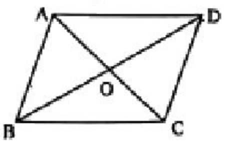
খ. প্রমাণ কর যে, AC ও BD পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $\angle AOB = 90°$ হলে, $AB^2 = OA^2 + OB^2$ ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, $\angle B = 75°$

চিত্রে, ABCD একটি সামান্তরিক।



আমরা জানি, সামান্তরিক এর বিপরীত কোণসমূহ পরস্পর সমান।

$\therefore \angle B = \angle D = 75°$

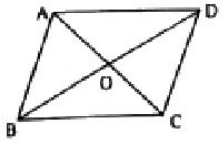
আবার, $\angle C + \angle D = 180°$

[∵ সামান্তরিকের সন্নিহিত কোণদ্বয়ের সমষ্টি 180°]

বা, $\angle C = 180° - \angle D$

$= 180° - 75° = 105°$ (Ans.)

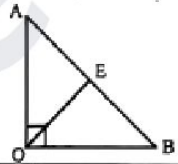
খ **বিশেষ নির্বচন:** মনে করি, ABCD সামান্তরিকের AC ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, AO = CO, BO = DO



প্রমাণ:

ধাপ	যথার্থতা
(১) AB ও DC রেখাদ্বয় সমান্তরাল এবং AC এদের ছেদক। অতএব, $\angle BAC = \angle ACD$	[একান্তর কোণ সমান]
(২) AB ও DC রেখাদ্বয় সমান্তরাল এবং BD এদের ছেদক। সুতরাং, $\angle BDC$ = একান্তর $\angle ABD$	[একান্তর কোণ সমান]
(৩) এখন, ΔAOB ও ΔCOD এ $\angle OAB = \angle OCD$, $\angle OBA = \angle ODC$ এবং AB = DC	[$\angle BAC = \angle ACD$; $\angle BDC = \angle ABD$]
সুতরাং, $\Delta AOB \cong \Delta COD$ অতএব, AO = CO এবং BO = DO (প্রমাণিত)	[ত্রিভুজের কোণ-বাহু-কোণ উপপাদ্য]

গ ΔAOB এর $\angle AOB = 90°$। প্রমাণ করতে হবে যে, $AB^2 = AO^2 + OB^2$



অঙ্কন : সমকৌণিক বিন্দু O হতে AB এর উপর OE লম্ব আঁকি।

প্রমাণ:

ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔOEB ও ΔAOB-এ $\angle AOB = \angle OEB = 1$ সমকোণ $\angle ABO = \angle OBE$ $\therefore$ অবশিষ্ট $\angle OAB$ = অবশিষ্ট $\angle EOB$ $\therefore \Delta AOB$ ও ΔOEB সদৃশকোণী তথা সদৃশ।	[দুটি ত্রিভুজের একটির তিনকোণ, অপরটির অনুরূপ তিন কোণের সমান হলে ত্রিভুজদ্বয় সদৃশকোণী]
$\therefore \frac{AB}{OB} = \frac{AO}{OE} = \frac{OB}{EB}$ বা, $\frac{AB}{OB} = \frac{OB}{EB}$ বা, $AB.EB = OB^2$ .... (i)	[সদৃশকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের কোণসমূহের বিপরীত বাহুর অনুপাত পরস্পর সমান হয়]
(২) তদ্রূপ ΔAOB ও ΔAOE সদৃশকোণী তথা সদৃশ। $\therefore AB.AE = OA^2$ .... (ii) এখন, সমীকরণ (i) ও (ii) যোগ করে পাই, $AB.EB + AB.AE = OB^2 + OA^2$ বা, $AB(AE + EB) = OA^2 + OB^2$ বা, $AB \cdot AB = OA^2 + OB^2$ $\therefore AB^2 = OA^2 + OB^2$ (প্রমাণিত)	[∵ AE + EB = AB]

★★ প্রশ্ন ▶ ৪ ভিকারুননিসা নূন স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা

ΔABC-এ $\angle C = 90°$

◀ শিখনফল ১৫.৩

ক. ΔABC এ $\angle B = 2\angle A$ হলে, $\angle A$ এর মান নির্ণয় করো। ২

খ. প্রমাণ করো যে, $AB^2 = AC^2 + BC^2$. ৪

গ. BM এবং AN, ত্রিভুজটির দুইটি মধ্যমা হলে, প্রমাণ করো যে, $4(BM^2 + AN^2) = 5AB^2$. ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ΔABC-এ $\angle C = 90°$ হলে, $\angle A + \angle B = 90°$

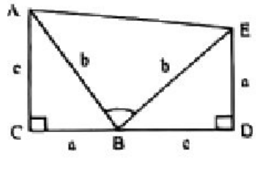
এখানে, $\angle B = 2\angle A$

$\therefore \angle A + 2\angle A = 90°$ বা, $3\angle A = 90°$ $\therefore \angle A = 30°$ (Ans.)

খ মনে করি, ABC সমকোণী ত্রিভুজের $\angle C = 90°$

অতিভুজ, AB = b, AC = c ও BC = a.

প্রমাণ করতে হবে যে, $AB^2 = AC^2 + BC^2$।



Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

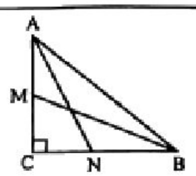
Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

অঙ্কন: CB কে D পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন BD = AC = c হয়। D বিন্দুতে বর্ধিত CB এর উপর DE লম্ব আঁকি, যেন DE = BC = a হয়। B, E ও A, E যোগ করি।

প্রমাণ:

ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔABC ও ΔBDE-এ, AC = BD = c, CB = DE = a এবং অন্তর্ভুক্ত ∠ACB = অন্তর্ভুক্ত ∠BDE।	[প্রত্যেক সমকোণ]
সুতরাং, ΔACB ≅ ΔBDE.	[বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]
∴ AB = BE = b এবং ∠CAB = ∠EBD.	
(২) আবার, AC ⊥ CD এবং ED ⊥ CD বলে AC ∥ ED সুতরাং, ACDE একটি ট্রাপিজিয়াম।	
(৩) তদুপরি, ∠ABC + ∠EBD = ∠ABC + ∠CAB = এক সমকোণ।	[∵ ∠CAB = ∠EBD]
∴ ∠ABE = এক সমকোণ। ∴ ΔABE সমকোণী ত্রিভুজ।	[∵ ∠ABE + ∠BAE + ∠AEB = 2 সমকোণ]
এখন, ACDE ট্রাপিজিয়াম ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = (Δ ক্ষেত্র ACB + Δ ক্ষেত্র BDE + Δ ক্ষেত্র ABE) বা, $\frac{1}{2}CD(AC+DE)=\frac{1}{2}ac+\frac{1}{2}ac+\frac{1}{2}b^2$ বা, $\frac{1}{2}(CB+BD)(AC+DE)=\frac{1}{2}(2ac+b^2)$ বা, $(a+c)(a+c)=2ac+b^2$ বা, $a^2+2ac+c^2=2ac+b^2$ $\therefore b^2=c^2+a^2$ $\therefore AB^2=AC^2+BC^2$. (প্রমাণিত)	[ট্রাপিজিয়াম ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}$ সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের যোগফল × সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব]

গ দেওয়া আছে, ΔABC-এ ∠C = 90° এবং BM ও AN দুইটি মধ্যমা। প্রমাণ করতে হবে যে, $4(BM^2 + AN^2) = 5AB^2$



প্রমাণ:

ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔABC এর BM ও AN দুইটি মধ্যমা। ∴ CB = 2CN এবং CA = 2CM	[ত্রিভুজের যেকোনো শীর্ষবিন্দু থেকে অঙ্কিত মধ্যমা তার বিপরীত বাহুকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]
(২) ABC সমকোণী ত্রিভুজে, $AB^2 = CA^2 + CB^2$	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]
BCM সমকোণী ত্রিভুজে, $BM^2 = CB^2 + CM^2$	[একই কারণে]
ACN সমকোণী ত্রিভুজে, $AN^2 = CA^2 + CN^2$	[একই কারণে]
(৩) এখন, $4(BM^2 + AN^2)$ $= 4(CB^2 + CM^2 + CA^2 + CN^2)$ $= 4(CA^2 + CB^2) + 4CN^2 + 4CM^2$ $= 4AB^2 + (2CN)^2 + (2CM)^2$ $= 4AB^2 + CB^2 + CA^2$ $= 4AB^2 + AB^2 = 5AB^2$ $\therefore 4(BM^2 + AN^2) = 5AB^2$ (প্রমাণিত)	[∵ 2CN = CB এবং 2CM = CA]

★★ প্রশ্ন ▶ ৫ চট্টগ্রাম সিটি কর্পোরেশন আদর্শ বিদ্যালয়, চট্টগ্রাম

চিত্রে ΔPQR-এ $PR^2 = PQ^2 + QR^2$ এবং PQ = 7 সে.মি., QR = 10 সে.মি.। PQ এবং PR এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে A ও B.

◀ শিখনফল ২ ৩ ৩

ক. ΔPQR এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো। ২

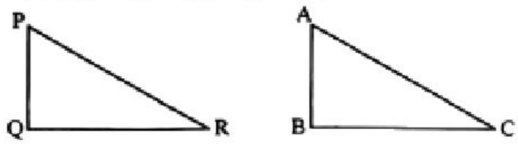
খ. প্রমাণ কর যে, ∠PQR = 1 সমকোণ। ৪

গ. দেখাও যে, $AB = \frac{1}{2}QR$ এবং AB ∥ QR ৪

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ΔPQR এ $PR^2 = PQ^2 + QR^2$ হওয়ায় ত্রিভুজটি সমকোণী। PQ ও RQ পরস্পর লম্ব।
দেওয়া আছে, PQ = 7 সে.মি.
QR = 10 সে.মি.
∴ ΔPQR এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times PQ \times QR$
$= \frac{1}{2} \times 7 \times 10$ বর্গ সে.মি. = 35 বর্গ সে.মি.

খ দেওয়া আছে, ΔPQR এ $PR^2 = PQ^2 + QR^2$
প্রমাণ করতে হবে যে, ∠PQR = 90°



অঙ্কন: এমন একটি ত্রিভুজ ABC আঁকি যেন ∠B এক সমকোণ, BC = QR এবং AB = PQ হয়।

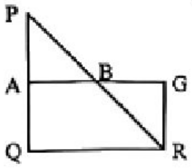
প্রমাণ:

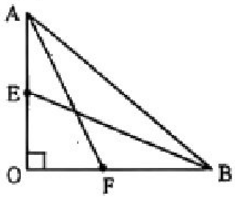
ধাপ	যথার্থতা
(১) $AC^2 = AB^2 + BC^2$ $= PQ^2 + QR^2$ $= PR^2$	[কারণ ΔABC এ ∠B এক সমকোণ]
∴ AC = PR	[∵ AB = PQ এবং BC = QR]
এখন ΔPQR ও ΔABC এ PQ = AB, QR = BC এবং PR = AC ∴ ΔPQR ≅ ΔABC ∴ ∠Q = ∠B কিন্তু ∠B এক সমকোণ হওয়ায় ∠Q ও এক সমকোণ। ∴ ∠PQR = 90° (প্রমাণিত)	

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

গ PQR ত্রিভুজে QP ও RP বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে A ও B. প্রমাণ করতে হবে যে, $AB = \frac{1}{2}QR$ এবং $AB \parallel QR$.



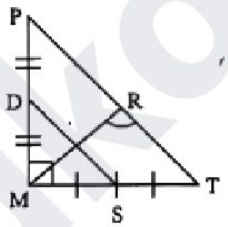


অঙ্কন: AB কে G পর্যন্ত বর্ধিত করি এবং RG ∥ AQ আঁকি। RG, AB এর বর্ধিতাংশকে G বিন্দুতে ছেদ করে।

প্রমাণ:

ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔPAB ও ΔRGB-এ	
$\angle PBA = \angle RBG$	[বিপ্রতীপ কোণ]
PB = RB,	[∵ B, PR এর মধ্যবিন্দু]
$\angle APB = \angle BRG$;	[∵ PA ∥ RG এবং PR এদের ছেদক]
∴ ΔPAB ≅ ΔRGB	
∴ AB = BG এবং PA = RG	[ত্রিভুজের কোণ-বাহু-কোণ উপপাদ্য]
(২) QA = PA;	[∵ A, PQ-এর মধ্যবিন্দু]
∴ QA = RG	
সুতরাং QAGR একটি আয়তক্ষেত্র।	[∵ QA = RG এবং QA ∥ RG]
∴ AG = QR এবং AG ∥ QR	
∴ AB ∥ QR	
আবার, AG = QR	
বা, AB + BG = QR	
বা, 2AB = QR	[∵ AB = BG]
∴ $AB = \frac{1}{2}QR$ এবং AG ∥ QR	
∴ AB ∥ QR (প্রমাণিত)	

★★ প্রশ্ন ▶৬ *সাতক্ষীরা সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়*



◀ শিখনফল ৩

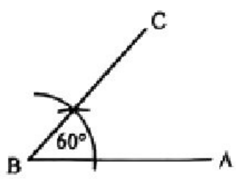
ক. কম্পাসের সাহায্যে 60° ও 30° কোণ অংকন করো। ২

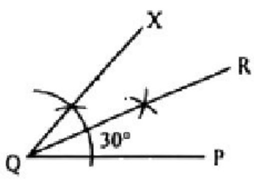
খ. দেখাও যে, $4DS^2 = PM^2 + MT^2$ ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $PT^2 = PM^2 + 4MS^2$ (সদৃশকোণী ত্রিভুজের সাহায্যে) ৪

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

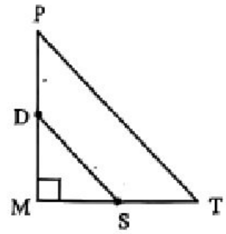
ক





চিত্রে, ∠ABC = 60 এবং ∠PQR = 30°

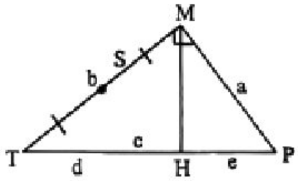
খ মনে করি, ΔMPT এর ∠PMT = 1 সমকোণ এবং MP ও MT বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D ও S। D, S যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, $4DS^2 = MP^2 + MT^2$।



প্রমাণ:

ধাপ	যথার্থতা
(১) যেহেতু D ও S যথাক্রমে MP ও MT এর মধ্যবিন্দু।	
∴ $MD = \frac{1}{2}MP$ এবং $MS = \frac{1}{2}MT$	
(২) ΔMDS-এ $DS^2 = MD^2 + MS^2$	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]
$= \left(\frac{1}{2}MP\right)^2 + \left(\frac{1}{2}MT\right)^2$	
$= \frac{1}{4}MP^2 + \frac{1}{4}MT^2 = \frac{MP^2 + MT^2}{4}$	
∴ $4DS^2 = MP^2 + MT^2$ (দেখানো হলো)	

গ বিশেষ নির্বচন: মনে করি, TPM সমকোণী ত্রিভুজের ∠M = 90° এবং অতিভুজ TP = c, PM = a, TM = b. S, MT এর মধ্যবিন্দু। M বিন্দু থেকে অতিভুজ TP এর উপর লম্ব MH। TP অতিভুজ H বিন্দুতে d ও e অংশে বিভক্ত হলো। প্রমাণ করতে হবে যে, $PT^2 = PM^2 + 4MS^2$



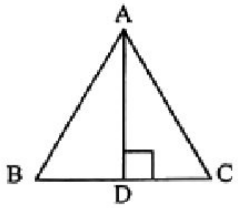
প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔPMH ও ΔTPM এ	
∠PHM = ∠TMP এবং	[প্রত্যেকেই সমকোণ
∠MPH = ∠TPM	সাধারণ কোণ]
(২) ∴ ΔMPH ও ΔTPM সদৃশ।	
∴ $\frac{PM}{TP} = \frac{PH}{PM}$	
∴ $\frac{a}{c} = \frac{e}{a}$ ....(i)	
(৩) অনুরূপভাবে ΔTMH ও ΔTPM সদৃশ।	[∵ c = e + d]
∴ $\frac{b}{c} = \frac{d}{b}$ ....(ii)	
(৪) (i) ও (ii) থেকে পাই,	
$a^2 = c \times e,\ b^2 = c \times d$	
অতএব, $a^2 + b^2 = c \times e + c \times d$	
$= c(e + d) = c \times c = c^2$	
∴ $c^2 = a^2 + b^2$	
অর্থাৎ, $PT^2 = PM^2 + MT^2$	
(৫) যেহেতু S, MT এর মধ্যবিন্দু	
∴ MS = ST	
∴ MT = 2MS	
এখন, $PT^2 = PM^2 + MT^2$	
বা, $PT^2 = PM^2 + (2MS)^2$	
∴ $PT^2 = PM^2 + 4MS^2$ (প্রমাণিত)	

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

★ প্রশ্ন ▸ ৭ *শিখনফলভিত্তিক অনন্য প্রশ্ন-১*



ABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ এবং BD = CD. ◂ *শিখনফল ৩*

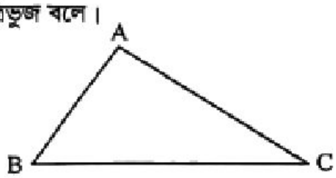
ক. চিত্রসহ বিষমবাহু ত্রিভুজের সংজ্ঞা দাও। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $3AB^2 = 4AD^2$ ৪

গ. যদি AB ও AC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে P ও Q হয়। তবে প্রমাণ কর যে, Δ ক্ষেত্র APQ $= \frac{1}{4}$(Δ ক্ষেত্র ABC). ৪

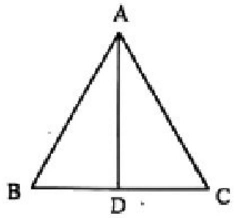
৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক **বিষমবাহু ত্রিভুজ:** যে ত্রিভুজের তিনটি বাহু অসমান তাকে বিষমবাহু ত্রিভুজ বলে।



চিত্রে, ABC একটি বিষমবাহু ত্রিভুজ।

খ



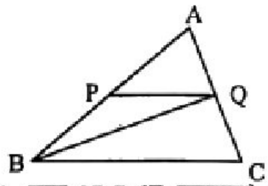
দেওয়া আছে, ΔABC-সমবাহু। অর্থাৎ, AB = BC = CA এবং AD, BC এর ওপর লম্ব।

প্রমাণ করতে হবে যে, $4AD^2 = 3AB^2$

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) $AD \perp BC$ $\therefore \angle ADB = \angle ADC = 90°$.	[দেওয়া আছে]
(২) এখন, সমকোণী ΔABD এবং সমকোণী ΔACD-এ অতিভুজ AB = অতিভুজ AC	[∵ ABC সমবাহু ত্রিভুজ]
এবং AD = AD	[∵ সাধারণ বাহু]
$\therefore \Delta ABD \cong \Delta ACD$ সুতরাং, BD = CD $\therefore BC = 2BD$	[সমকোণী অতিভুজ বাহু উপপাদ্য]
(৩) আবার, সমকোণী ΔABD-এ $\angle ADB = 90°$ এবং অতিভুজ = AB.	
(৪) পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে, $AB^2 = AD^2 + BD^2$ বা, $AD^2 = AB^2 - BD^2$	
বা, $4AD^2 = 4AB^2 - 4BD^2$ বা, $4AD^2 = 4AB^2 - (2BD)^2$	[উভয়পক্ষকে 4 দ্বারা গুণ করে]
বা, $4AD^2 = 4AB^2 - BC^2$	
বা, $4AD^2 = 4AB^2 - AB^2$	[∵ BC = 2BD]
$\therefore 3AB^2 = 4AD^2$ (প্রমাণিত)	[∵ AB = BC]

গ **বিশেষ নির্বচন:** মনে করি, ΔABC-এর AB এবং AC বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে P এবং Q। P, Q যোগ করি।



প্রমাণ করতে হবে যে,

Δ-ক্ষেত্র APQ এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{4}$(Δ-ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল)

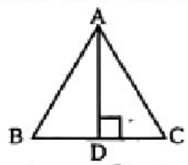
অঙ্কন: B, Q যোগ করি।

প্রমাণ:

ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔABQ-এ PQ, AB এর ওপর মধ্যমা। Δ-ক্ষেত্র APQ $= \frac{1}{2}$(Δ-ক্ষেত্র ABQ) $\therefore$ Δ-ক্ষেত্র ABQ = 2(Δ-ক্ষেত্র APQ)	[∵ PQ মধ্যমা Δ-ক্ষেত্র ABQ কে সমদ্বিখণ্ডিত করে]
(২) ΔABC-এ BQ, AC-এর ওপর মধ্যমা। $\therefore$ Δ-ক্ষেত্র ABQ $= \frac{1}{2}$(Δ-ক্ষেত্র ABC)	[একই কারণে]
বা, 2(Δ-ক্ষেত্র APQ) $= \frac{1}{2}$(Δ-ক্ষেত্র ABC)	[ধাপ (১)হতে]
$\therefore$ Δ-ক্ষেত্র APQ $= \frac{1}{2}\{\frac{1}{2}$($\Delta$-ক্ষেত্র ABC)$\}$ $= \frac{1}{4}$ (Δ-ক্ষেত্র ABC) অর্থাৎ, Δ-ক্ষেত্র APQ এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{4}$ (Δ-ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল) (প্রমাণিত)	

★★ প্রশ্ন ▸ ৮ *শিখনফলভিত্তিক অনন্য প্রশ্ন-২*

ABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ। $AD \perp BC$ এবং BD = CD



◂ *শিখনফল ৩*

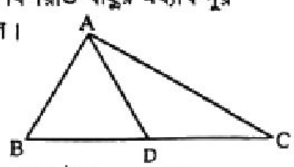
ক. ত্রিভুজের মধ্যমা বলতে কী বুঝ? চিত্রে দেখাও। ২

খ. $AC = \frac{5}{2}$ সেমি. হলে দেখাও যে, $AD = \frac{5\sqrt{3}}{4}$ সেমি.। ৪

গ. ΔABC হতে প্রমাণ কর যে, $AB^2 + BC^2 + CA^2 = 4AD^2$. ৪

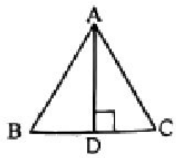
৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক **মধ্যমা:** ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু থেকে বিপরীত বাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোজক রেখাংশকে মধ্যমা বলে।



চিত্রে, ABC ত্রিভুজে D, BC এর মধ্যবিন্দু।
∴ AD একটি মধ্যমা।

খ চিত্রে, ABC সমবাহু ত্রিভুজ। BC বাহুর উপর লম্ব AD।



এখন, ACD সমকোণী ত্রিভুজে,

$AC^2 = AD^2 + CD^2$

বা, $AD^2 = AC^2 - CD^2$

$= AC^2 - \left(\frac{BC}{2}\right)^2$

$= AC^2 - \left(\frac{AC}{2}\right)^2$ [∵ AB = BC = AC]

$= AC^2 - \frac{AC^2}{4} = \frac{4AC^2 - AC^2}{4} = \frac{3AC^2}{4}$

যেহেতু $AC = \frac{5}{2}$ সে. মি.

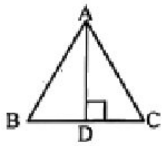
সুতরাং $AD^2 = \frac{3}{4} \times \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{3}{4} \times \frac{25}{4}$

$\therefore$ $AD = \sqrt{\frac{75}{16}} = \frac{5\sqrt{3}}{4}$ সে. মি. (দেখানো হলো)

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

গ **বিশেষ নির্বচন:** ABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ। AD, BC এর উপর লম্ব। প্রমাণ করতে হবে যে, $AB^2 + BC^2 + CA^2 = 4AD^2$

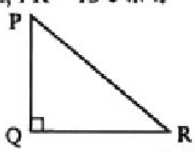


প্রমাণ:

ধাপ	যথার্থতা
(১) ABC সমবাহু ত্রিভুজে $AB = BC = AC$	[সমবাহু ত্রিভুজে প্রত্যেক বাহু পরস্পর সমান]
(২) যেহেতু ΔABC-এ $AD \perp BC$ ∴ BD = CD এবং BC = 2BD	[সমবাহু ত্রিভুজের কোনো বাহুর ওপর অঙ্কিত লম্ব ঐ বাহুকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]
বা, $BC^2 = 4BD^2$ ∴ $AB^2 = 4BD^2$	[ধাপ-(১) থেকে]
(৩) ABD সমকোণী ত্রিভুজে, ∠D = এক সমকোণ ∴ $AB^2 = AD^2 + BD^2$ ∴ $AB^2 - BD^2 = AD^2$	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]
(৪) এখন, $AB^2 + BC^2 + CA^2$ $= AB^2 + AB^2 + AB^2$	[ধাপ (১) থেকে]
$= 3AB^2$ $= 3(AD^2 + BD^2)$	[ধাপ (৩) থেকে]
$= 3AD^2 + 3BD^2$ $= 3AD^2 + 4BD^2 - BD^2$	[ধাপ (২) থেকে]
$= 3AD^2 + AB^2 - BD^2$	[ধাপ (৩) থেকে]
$= 3AD^2 + AD^2 = 4AD^2$ অতএব, $AB^2 + BC^2 + CA^2 = 4AD^2$ (প্রমাণিত)	

★ প্রশ্ন ▶ ৯ *শিখনফলভিত্তিক অনন্য প্রশ্ন-৩*

চিত্রে, PQ = 12 সে.মি., PR = 13 সে.মি.



◀ শিখনফল ৩

ক. ∠R = 2∠P হলে, ∠P এবং ∠R কে ডিগ্রীতে প্রকাশ করো। ২

খ. M, QR এর মধ্যবিন্দু হলে, প্রমাণ কর যে, $PR^2 = PM^2 + 3RM^2$. ৪

গ. $QS \perp PR$ হলে, প্রমাণ কর যে, $PQ^2 - QR^2 = PS^2 - RS^2$. ৪

৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, PQR সমকোণী ত্রিভুজে ∠Q = 90° এবং ∠R = 2∠P

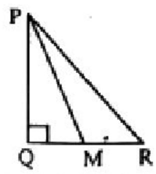
∴ ∠P + ∠R = 90° বা, ∠P + 2∠P = 90°

বা, 3∠P = 90° বা, $\angle P = \frac{90°}{3}$

∴ ∠P = 30° এবং ∠R = 90° − 30° = 60° (Ans.)

খ PRQ ত্রিভুজের ∠Q সমকোণ এবং RQ বাহুর মধ্যবিন্দু M। P, M যোগ করি।

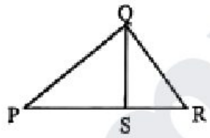
প্রমাণ করতে হবে যে, $PR^2 = PM^2 + 3RM^2$



প্রমাণ:

ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔPRQ-এর RQ বাহুর মধ্যবিন্দু M অর্থাৎ, PM মধ্যমা ∴ QM = RM	
(২) চিত্র থেকে, RQ = QM + RM = QM + QM = 2QM	[ধাপ (১) থেকে]
(৩) ΔPRQ-এ ∠Q = এক সমকোণ। ∴ $PR^2 = RQ^2 + PQ^2$ $= (2QM)^2 + PQ^2 = 4QM^2 + PQ^2$ বা, $PR^2 - 4QM^2 = PQ^2$	[ধাপ (২) থেকে]
(৪) আবার, ΔPMQ এ, ∴ $PQ^2 + QM^2 = PM^2$ বা, $PR^2 - 4QM^2 + QM^2 = PM^2$	[ধাপ (৩) ও ধাপ (১) থেকে]
বা, $PR^2 - 3QM^2 = PM^2$ ∴ $PR^2 = PM^2 + 3QM^2$ ∴ $PR^2 = PM^2 + 3RM^2$ (প্রমাণিত)	

গ **বিশেষ নির্বচন:** দেওয়া আছে, ΔQPR এ PR-এর উপর লম্ব QS এবং QP > QR. প্রমাণ করতে হবে যে, $PQ^2 - QR^2 = PS^2 - RS^2$.



প্রমাণ:

ধাপ	যথার্থতা
(১) যেহেতু $QS \perp PR$ ∴ QPS ও QRS ত্রিভুজদ্বয় সমকোণী।	
(২) সমকোণী Δ QPS হতে পাই, $QP^2 = QS^2 + PS^2$ ... (i)	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী]
(৩) সমকোণী Δ QRS হতে পাই, $QR^2 = QS^2 + RS^2$ ... ... (ii)	
(৪) এখন, (i) নং হতে (ii) নং বিয়োগ করে পাই, $QP^2 - QR^2 = QS^2 + PS^2 - QS^2 - RS^2$ $= PS^2 - RS^2$ ∴ $PQ^2 - QR^2 = PS^2 - RS^2$ (প্রমাণিত)	

প্রশ্নব্যাংক

★★ প্রশ্ন ▶ ১০ *শিখনফলভিত্তিক অনন্য প্রশ্ন-৪*

ΔABC-এ, $BC^2 = AC^2 + AB^2$ ◀ শিখনফল ১,২ ও ৩

ক. অতিভুজ ও ব্যাস কী? ২

খ. প্রমাণ করো যে, ∠A = 1 সমকোণ। ৪

গ. D, AC এর মধ্যবিন্দু হলে, প্রমাণ করো যে, $BC^2 + AD^2 = BD^2 + AC^2$. ৪

★★ প্রশ্ন ▶ ১১ *শিখনফলভিত্তিক অনন্য প্রশ্ন-৫*

ΔPQR এর $PR^2 = PQ^2 + QR^2$ এবং PQ ও PR এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে M ও N। ◀ শিখনফল ২ ও ৩

ক. সংক্ষিপ্ত বিবরণসহ চিত্রটি অঙ্কন করো। ২

খ. প্রমাণ করো যে, ∠PQR = 90° ৪

গ. প্রমাণ করো যে, Δ-ক্ষেত্র PQR = 4(Δ-ক্ষেত্র PMN) ৪

★ প্রশ্ন ▶ ১২ *শিখনফলভিত্তিক অনন্য প্রশ্ন-৬*

ΔABC-এ, $AD \perp BC$ এবং AB > AC. ◀ শিখনফল ৩

ক. পিথাগোরাসের উপপাদ্যের বিপরীত উপপাদ্য বিবৃত করো। ২

খ. প্রমাণ করো যে, $AB^2 - AC^2 = BD^2 - CD^2$। ৪

গ. M, AD এর উপর যেকোনো বিন্দু হলে, $MB^2 - MC^2 = AB^2 - AC^2$ ৪

★★ প্রশ্ন ▶ ১৩ *শিখনফলভিত্তিক অনন্য প্রশ্ন-৭*

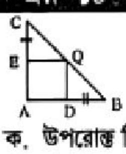
ΔPQR এ $PR^2 = PQ^2 + QR^2$. ◀ শিখনফল ১ ও ৩

ক. পিথাগোরাসের উপপাদ্যের বিপরীত উপপাদ্য বিবৃতি করো। ২

খ. প্রমাণ করো যে, ∠Q = এক সমকোণ। ৪

গ. D, PQ এর মধ্যবিন্দু হলে প্রমাণ করো যে, $PR^2 + QD^2 = DR^2 + RQ^2$ ৪

★ প্রশ্ন ▶ ১৪ *শিখনফলভিত্তিক অনন্য প্রশ্ন-৮*



◀ শিখনফল ২ ও ৩

ক. উপরোক্ত চিত্রের জ্যামিতিক ব্যাখ্যা ভাষায় প্রকাশ করে লিখ। ২

খ. প্রমাণ করো যে, $QB^2 + QC^2 = 2QA^2$ ৪

গ. AC = 5.5 সে.মি. হলে অতিভুজের দৈর্ঘ্য এবং ΔABC এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো। ৪

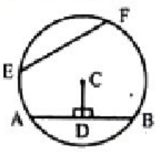
উত্তর: গ. 7.78 সে.মি.; 15.125 বর্গসে.মি.

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

দশম অধ্যায় বৃত্ত

★★ প্রশ্ন▸১ *জুনিয়র বৃত্তি পরীক্ষা ২০২৫*



চিত্রে, $CD \perp AB$ *◂ শিখনফল ৪*

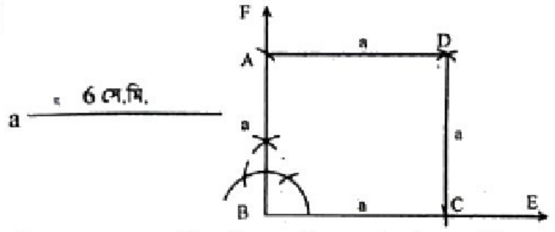
ক. 6 সে.মি. বাহুবিশিষ্ট একটি বর্গ আঁকো। ২

খ. চিত্রের আলোকে প্রমাণ করো যে, $AD = BD$ ৪

গ. $AB > EF$ হলে প্রমাণ করো যে, AB জ্যা-টি EF জ্যা অপেক্ষা কেন্দ্রের নিকটতর। ৪

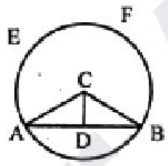
১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



চিত্রে, ABCD একটি বর্গ যার প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্য 6 সে.মি.।

খ **বিশেষ নির্বচন:** দেওয়া আছে, C কেন্দ্রবিশিষ্ট ABFE একটি বৃত্ত। AB ব্যাস ভিন্ন একটি জ্যা। CD, AB এর উপর লম্ব। প্রমাণ করতে হবে যে, D বিন্দু AB জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে অর্থাৎ $AD = BD$.

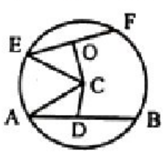


অঙ্কন: C, A ও C, B যোগ করি।

প্রমাণ:

ধাপ	যথার্থতা
(১) যেহেতু $CD \perp AB$ $\therefore \angle CDA = \angle CDB$ = এক সমকোণ	
(২) এখন, $\triangle CDA$ ও $\triangle CDB$-এ $CA = CB$;	[একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ বলে]
CD সাধারণ বাহু এবং $\angle CDA = \angle CDB$	[ধাপ (১) হতে]
$\therefore \triangle CDA \cong CDB$ $\therefore AD = BD$। (প্রমাণিত)	[সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ-বাহু উপপাদ্য]

গ **বিশেষ নির্বচন:** মনে করি, C কেন্দ্রবিশিষ্ট ABFE একটি বৃত্ত। AB ও EF এর দুইটি জ্যা এবং $AB > EF$. CD এবং CO কেন্দ্র C হতে যথাক্রমে AB ও EF এর ওপর লম্ব। দেখাতে হবে যে, $CD < OC$.

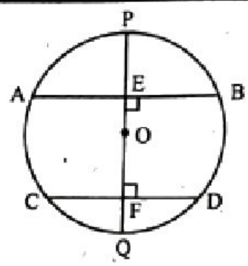


অঙ্কন: C, A এবং C, E যোগ করি।

প্রমাণ:

ধাপ	যথার্থতা
(১) C বৃত্তের কেন্দ্র এবং $CD \perp AB$ $\therefore AD = BD = \frac{1}{2}AB.$	[বৃত্তের কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন কোনো জ্যা-এর ওপর অঙ্কিত লম্ব জ্যা-কে সমদ্বিখণ্ডিত করে।]
(২) $OE = OF = \frac{1}{2}EF$	[একই কারণে]
(৩) এখন, কল্পনা অনুসারে, $AB > EF$ বা, $\frac{1}{2}AB > \frac{1}{2}EF$	[উভয় পক্ষকে $\frac{1}{2}$ দ্বারা গুণ করে]
বা, $AD > OE$	[ধাপ (১) ও (২) হতে]
$\therefore AD^2 > OE^2$	[উভয়পক্ষকে বর্গ করে]
(৪) এখন, সমকোণী $\triangle CAD$ এবং সমকোণী $\triangle OCE$-এর অতিভুজদ্বয় যথাক্রমে CA এবং CE. তাহলে, পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে, $CA^2 = CD^2 + AD^2$ এবং $CE^2 = OC^2 + OE^2$	
কিন্তু, $CA = CE$	[একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
তাহলে, $CA^2 = CE^2$	[উভয় পক্ষকে বর্গ করে]
অর্থাৎ, $CD^2 + AD^2 = OC^2 + OE^2$ বা, $AD^2 - OE^2 = OC^2 - CD^2$	[ধাপ-(৩) থেকে]
(৫) যেহেতু $AD^2 > OE^2$ বা, $AD^2 - OE^2 > 0$	[ধাপ-(৪) থেকে]
বা, $OC^2 - CD^2 > 0$ বা, $OC^2 > CD^2$ বা, $OC > CD$ $\therefore CD < OC$. অর্থাৎ, বৃত্তের দুইটি জ্যা-এর মধ্যে AB জ্যা-টি EF জ্যা অপেক্ষা কেন্দ্রের নিকটতর। (প্রমাণিত)	

★ প্রশ্ন▸২ *JSC ঢা. বো. ২০১৯*



চিত্রে, O বৃত্তের কেন্দ্র এবং PQ ব্যাস। *◂ শিখনফল ৩ ও ৪*

ক. বৃত্তের ব্যাসার্ধ 4 সে.মি. হলে এর পরিধি নির্ণয় করো। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $PQ > CD$ ৪

গ. $AB > CD$ হলে, প্রমাণ কর যে, $OE < OF$. ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক বৃত্তের ব্যাসার্ধ r হলে পরিধি $= 2\pi r$

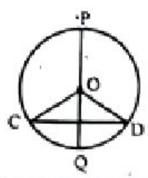
$\therefore$ 4 সে.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তের পরিধি $= 2\pi \times 4$ সে.মি.

$= 2 \times 3.14 \times 4$ সে.মি.

$= 25.12$ সে.মি. (প্রায়) (উত্তর)

খ মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট PDQC একটি বৃত্ত। PQ ব্যাস এবং CD ব্যাস ভিন্ন যেকোনো একটি জ্যা।

প্রমাণ করতে হবে যে, $PQ > CD$



অঙ্কন: O,C এবং O,D যোগ করি।

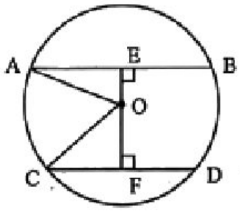
প্রমাণ:

ধাপ	যথার্থতা
(১) $OP = OQ = OC = OD$	[একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
এখন, $\triangle OCD$ এ $OC + OD > CD$	[$\because$ ত্রিভুজের যে কোনো দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর]
বা, $OP + OQ > CD$ অর্থাৎ, $PQ > CD$ (প্রমাণিত)	

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

গ মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABDC একটি বৃত্ত। AB ও CD এর দুইটি জ্যা এবং AB > CD। OE এবং OF কেন্দ্র O হতে যথাক্রমে AB ও CD এর ওপর লম্ব। প্রমাণ করতে হবে যে, OE < OF.



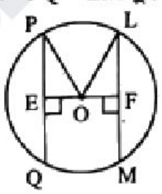
অঙ্কন: O, A এবং O, C যোগ করি।

প্রমাণ:

ধাপ	যথার্থতা
(১) O বৃত্তের কেন্দ্র এবং $OE \perp AB$ $\therefore AE = BE = \frac{1}{2}AB$.	[বৃত্তের কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন অন্য জ্যা-এর ওপর অঙ্কিত লম্ব জ্যা-কে সমদ্বিখণ্ডিত করে]
(২) $OF \perp CD$ অতএব, $CF = DF = \frac{1}{2}CD$	[একই কারণে]
(৩) এখন, কল্পনা অনুসারে, $AB > CD$ বা, $\frac{1}{2}AB > \frac{1}{2}CD$ বা, $AE > CF$ $\therefore AE^2 > CF^2$	 [উভয় পক্ষকে $\frac{1}{2}$ দ্বারা গুণ করে] [ধাপ (১) ও (২) হতে] [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]
(৪) এখন, সমকোণী ΔOAE এবং সমকোণী ΔOCF-এর অতিভুজদ্বয় যথাক্রমে OA এবং OC. তাহলে, পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে, $OA^2 = OE^2 + AE^2$ এবং $OC^2 = OF^2 + CF^2$ কিন্তু, $OA = OC$ তাহলে, $OA^2 = OC^2$ অর্থাৎ, $OE^2 + AE^2 = OF^2 + CF^2$ বা, $AE^2 - CF^2 = OF^2 - OE^2$	 [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ] [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]
(৫) যেহেতু $AE^2 > CF^2$ বা, $AE^2 - CF^2 > 0$ বা, $OF^2 - OE^2 > 0$ বা, $OF^2 > OE^2$ বা, $OF > OE$ $\therefore OE < OF$. (প্রমাণিত)	[ধাপ-(৩) থেকে] [ধাপ-(৪) থেকে]

★★ প্রশ্ন ▶ ৩ *JSC চ. বো. ২০১৯*

O কেন্দ্রবিশিষ্ট PQML বৃত্তে PQ ও LM দুইটি জ্যা। OP = 3 সে.মি.।



◀ অধ্যায় ৯ ও ১০ এর সমন্বয়ে

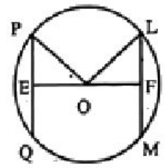
ক. বৃত্তের পরিধি নির্ণয় করো। [$\pi = 3.14$] ২
খ. OE = OF হলে প্রমাণ কর যে, PQ = LM. ৪
গ. ΔOLF থেকে প্রমাণ কর যে, $OL^2 = OF^2 + LF^2$ ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, OP = 3 সে.মি.

$\therefore$ বৃত্তের পরিধি $= 2 \times \pi \times OP = 2 \times \pi \times 3 = 6\pi$
$= 6 \times 3.14 = 18.84$ সে.মি. (প্রায়) (Ans.)

খ মনে করি, O বৃত্তের কেন্দ্র এবং PQ ও LM দুইটি জ্যা। O থেকে PQ ও LM এর উপর যথাক্রমে OE ও OF লম্ব। তাহলে OE ও OF কেন্দ্র থেকে যথাক্রমে PQ ও LM জ্যা এর দূরত্ব নির্দেশ করে। OE = OF হলে প্রমাণ করতে হবে যে, PQ = LM.



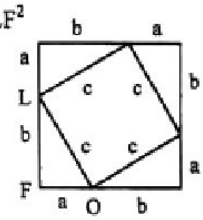
অঙ্কন: O, P এবং O, L যোগ করি।

প্রমাণ:

ধাপ	যথার্থতা
(১) যেহেতু $OE \perp PQ$ এবং $OF \perp LM$ সুতরাং, $\angle OEP = \angle OFL =$ এক সমকোণ	
(২) এখন, ΔOPE এবং ΔOLF সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে অতিভুজ OP = অতিভুজ OL এবং OE = OF, $\therefore \Delta OPE \cong \Delta OLF$ $\therefore PE = LF$	 [উভয়ে একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ] [কল্পনা] [সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ-বাহু সর্বসমতা উপপাদ্য]
(৩) $PE = \frac{1}{2}PQ$ এবং $LF = \frac{1}{2}LM$	[কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন যেকোনো জ্যা-এর উপর অঙ্কিত লম্ব জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]
(৪) সুতরাং $\frac{1}{2}PQ = \frac{1}{2}LM$ অর্থাৎ PQ = LM (প্রমাণিত)	

গ মনে করি, OLF সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ OL = c এবং OF = a, LF = b যথাক্রমে অন্য দুই বাহু।
প্রমাণ করতে হবে যে, $OL^2 = OF^2 + LF^2$

অঙ্কন: প্রদত্ত ত্রিভুজটির সমান করে চারটি ত্রিভুজ চিত্রে প্রদর্শিত উপায়ে আঁকি।



প্রমাণ:

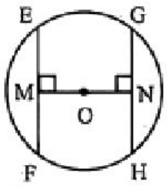
ধাপ	যথার্থতা
(১) অঙ্কিত বড় ক্ষেত্রটি বর্গক্ষেত্র। এর ক্ষেত্রফল $(a + b)^2$	[বাহুগুলোর প্রত্যেকটির দৈর্ঘ্য a + b এবং কোণগুলো সমকোণ]
(২) ছোট চতুর্ভুজ ক্ষেত্রটি বর্গক্ষেত্র। এর ক্ষেত্রফল c^2	[বাহুগুলোর প্রত্যেকটির দৈর্ঘ্য c]
(৩) অঙ্কনানুসারে, বড় বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল চারটি ত্রিভুজক্ষেত্র ও ছোট বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমষ্টির সমান। অর্থাৎ $(a+b)^2 = 4 \times \frac{1}{2} \times a \times b + c^2$ বা, $a^2 + 2ab + b^2 = 2ab + c^2$ বা, $c^2 = a^2 + b^2$ অর্থাৎ, $OL^2 = OF^2 + LF^2$ (প্রমাণিত)	

Talukdar Academy

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

★★ প্রশ্ন ▶ ৪ ISC স্কু বো ২০১৮



চিত্রে, EF = GH

◀ শিখনফল ৩ ও ৪

ক. একটি বৃত্তাকার বাগানের পরিধি 94.2 মিটার। বাগানটির ব্যাসার্ধ নির্ণয় করো। ২

খ. উদ্দীপকের আলোকে প্রমাণ কর যে, OM = ON. ৪

গ. যদি EF ও GH জ্যাদ্বয় বৃত্তের অভ্যন্তরে P বিন্দুতে ছেদ করে তবে প্রমাণ কর যে, EP = HP এবং GP = FP. ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ধরি, বাগানের ব্যাসার্ধ r মিটার ∴ বাগানের পরিধি = $2\pi r$ মিটার

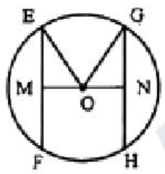
প্রশ্নমতে, $2\pi r = 94.2$ বা, $r = \frac{94.2}{2\pi}$ বা, $r = \frac{94.2}{2 \times 3.14}$ ∴ r = 15

∴ নির্ণেয় ব্যাসার্ধ 15 মিটার (Ans.)

খ দেওয়া আছে, O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তের EF ও GH দুইটি সমান জ্যা। O থেকে EF ও GH এর উপর যথাক্রমে OM ও ON লম্ব।

প্রমাণ করতে হবে যে, OM = ON।

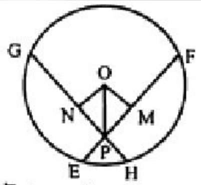
অঙ্কন : E, O ও G, O যোগ করি।



প্রমাণ:

ধাপ	যথার্থতা
(১) OM ⊥ EF এবং ON ⊥ GH অতএব, ME = $\frac{1}{2}$EF, এবং NG = $\frac{1}{2}$GH	[কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন যেকোন জ্যায়ের উপর অংকিত লম্ব জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]
(২) EF = GH বা, $\frac{1}{2}$EF = $\frac{1}{2}$GH ∴ EM = GN	[ধাপ-১ হতে]
(৩) সমকোণী ΔOME ও সমকোণী ΔONG-এ OE = OG EM = GN ∴ ΔOME ≅ ΔONG ∴ OM = ON (প্রমাণিত)	[একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ] [(২) হতে পাই] [সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ বাহু সর্বসমতা উপপাদ্য]

গ বিশেষ নির্বচন: দেওয়া আছে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট GEHF বৃত্তে EF ও GH দুইটি সমান জ্যা P বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, EP = HP এবং GP = FP

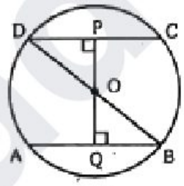


অঙ্কন: কেন্দ্র O থেকে EF ও GH এর উপর যথাক্রমে OM ও ON লম্ব আঁকি এবং O, P যোগ করি।

প্রমাণ:

ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔOPM ও ΔOPN সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে OM = ON এবং OP = OP ΔOPM ≅ ΔOPN ∴ PM = PN	[সমান সমান জ্যা কেন্দ্র হতে সমদূরবর্তী] [সাধারণ বাহু] [অতিভুজ-বাহু উপপাদ্য]
(২) এখন OM, EF এর উপর লম্ব হওয়ায় EM = $\frac{1}{2}$EF এবং ON, GH এর উপর লম্ব হওয়ায় HN = $\frac{1}{2}$GH	[কেন্দ্র থেকে অঙ্কিত লম্ব জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]
(৩) এখন, EF = GH বা, $\frac{1}{2}$EF = $\frac{1}{2}$GH বা, EM = HN বা, EP + PM = HP + PN ∴ EP = HP	[দেওয়া আছে] [ধাপ-২] [∵ PM = PN]
(৪) আবার, EF = GH EF – EP = GH – HP ∴ FP = GP ∴ সুতরাং EP = HP এবং GP = FP (প্রমাণিত)	

★★ প্রশ্ন ▶ ৫ রাজউক উত্তরা মডেল কলেজ, ঢাকা



চিত্রে O কেন্দ্র বিশিষ্ট ABCD একটি বৃত্ত এবং BD ইহার ব্যাস।

◀ শিখনফল ৩ ও ৪

ক. BD = 7 সেন্টিমিটার হলে, বৃত্তের পরিধি ও ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো। ২

খ. AB ∥ CD হলে প্রমাণ কর যে, AB = CD. ৪

গ. AB = CD হলে প্রমাণ কর যে, OP = OQ. ৪

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে, বৃত্তের ব্যাস, BD = 7 সেন্টিমিটার

∴ বৃত্তের ব্যাসার্ধ, $r = \frac{7}{2}$ সেন্টিমিটার

∴ বৃত্তের পরিধি = $2\pi r = 2 \times 3.14 \times \frac{7}{2}$ সেন্টিমিটার

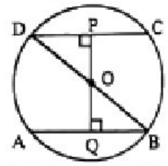
= 21.98 সেন্টিমিটার (প্রায়) (Ans.)

∴ বৃত্তের ক্ষেত্রফল = $\pi r^2 = 3.14 \times \left(\frac{7}{2}\right)^2$ বর্গসেন্টিমিটার

= 38.465 বর্গসেন্টিমিটার (প্রায়) (Ans.)

খ বিশেষ নির্বচন: O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABCD একটি বৃত্ত এবং BD ইহার ব্যাস। OP ⊥ CD এবং OQ ⊥ AB এবং AB ∥ CD.

প্রমাণ করতে হবে যে, AB = CD.



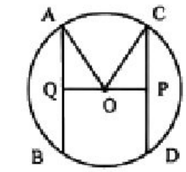
প্রমাণ:

ধাপ	যথার্থতা
(১) AB ∥ CD এবং BD এদের ছেদক বলে, ∠CDB = একান্তর ∠ABD বা, ∠ODP = ∠OBQ	
(২) এখন, ΔOPD ও ΔOBQ এ, ∠BOQ = ∠DOP ∠ODP = ∠OBQ OB = OD ∴ ΔOPD ≅ ΔOBQ ∴ OP = OQ অর্থাৎ, কেন্দ্র হতে জ্যা AB ও জ্যা CD এর দূরত্ব সমান। ∴ AB = CD (প্রমাণিত)	 [বিপ্রতীপ কোণ] [একান্তর কোণ] [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ] [কোণ-বাহু-কোণ উপপাদ্য]

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

গ দেওয়া আছে, O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তের AB ও CD দুইটি সমান জ্যা। O থেকে AB ও CD এর উপর যথাক্রমে OQ ও OP লম্ব। প্রমাণ করতে হবে যে, OP = OQ।



অঙ্কন : A, O ও C, O যোগ করি।

প্রমাণ:

ধাপ	যথার্থতা
(১) $OQ \perp AB$ এবং $OP \perp CD$ অতএব, $AQ = \frac{1}{2}AB$, এবং $CP = \frac{1}{2}CD$	[কেন্দ্র থেকে জ্যায়ের উপর অংকিত লম্ব জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]
(২) $AB = CD$ বা, $\frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}CD$ $\therefore AQ = CP$	[দেওয়া আছে]
(৩) ΔOQA ও ΔOPC সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ে $OA = OC$	[একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
$AQ = CP$	[(২) হতে পাই]
$\therefore \Delta OQA \cong \Delta OPC$ $\therefore OP = OQ$ (প্রমাণিত)	[সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ-বাহু সর্বসমতা উপপাদ্য]

★ প্রশ্ন▸৬ আইডিয়াল স্কুল অ্যান্ড কলেজ, মতিঝিল, ঢাকা

O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তে AB ব্যাস এবং ব্যাস ভিন্ন দুইটি জ্যা AC ও AD। $OE \perp AC$ এবং $OF \perp AD$. ◂শিখনফল ১ ও ৪

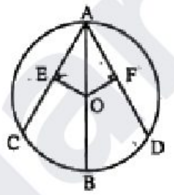
ক. উদ্দীপকের আলোকে চিত্রটি আঁক। ২

খ. প্রমাণ কর যে, AB > AC. ৪

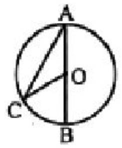
গ. AC = AD হলে প্রমাণ কর যে, OE = OF. ৪

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক চিত্রে, O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তে AB ব্যাস এবং AC ও AD ব্যাস ভিন্ন দুটি জ্যা।



খ **বিশেষ নির্বচন:** O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB ব্যাস এবং AC ব্যাস ভিন্ন একটি জ্যা। প্রমাণ করতে হবে যে, AB > AC।



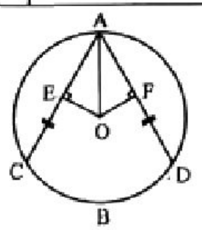
অঙ্কন: O, C যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔAOC এ $AO + OC > AC$	[ত্রিভুজের দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর।]
(২) $AO = CO = OB$	[একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
(৩) $AO + OC > AC$ বা, $AO + OB > AC$ $\therefore AB > AC$ (প্রমাণিত)	[২ হতে]

গ **বিশেষ নির্বচন:** O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AC ও AD ব্যাস ভিন্ন দুইটি জ্যা যেখানে, AC = AD। আবার, $OE \perp AC$ এবং $OF \perp AD$। প্রমাণ করতে হবে যে, OE = OF।

অঙ্কন: A, O যোগ করি।



প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) AC জ্যা এর উপর কেন্দ্র O হতে লম্ব OE। $\therefore AE = EC = \frac{1}{2}AC$	[কেন্দ্র হতে জ্যা এর উপর অঙ্কিত লম্ব ঐ জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]
(২) AD জ্যা এর উপর কেন্দ্র O হতে লম্ব OF। $\therefore AF = FD = \frac{1}{2}AD$	[একই কারণে]
(৩) $AC = AD$ $\therefore \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}AD$ $\therefore AE = AF$	
(৪) সমকোণী ΔAOE ও সমকোণী ΔAOF এ $AO = AO$	[সাধারণ বাহু]
$AE = AF$ $\therefore \Delta AOE \cong \Delta AOF$ $\therefore OE = OF$ (প্রমাণিত)	[অতিভুজ-বাহু-উপপাদ্য]

★★ প্রশ্ন▸৭ ভিকারুননিসা নূন স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা

O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB ও CD জ্যা দুইটির মধ্যবিন্দু যথাক্রমে M ও N। ◂শিখনফল ৩ ও ৪

ক. OA = 5 সে.মি. হলে, বৃত্তটির পরিধি নির্ণয় করো। ২

খ. AB = CD হলে, প্রমাণ করো যে, OM = ON. ৪

গ. AB > CD হলে, প্রমাণ করো যে, OM < ON. ৪

৭ নং প্রশ্নের সমাধান

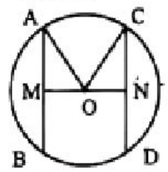
ক দেওয়া আছে, বৃত্তের ব্যাসার্ধ, OA = 5 সে.মি.

আমরা জানি, বৃত্তের পরিধি = $2\pi r$ একক, যেখানে r বৃত্তের ব্যাসার্ধ

$= 2\pi \times OA = (2 \times 3.14 \times 5)$ সে.মি.

$= 31.4$ সে.মি. (প্রায়) (Ans.)

খ দেওয়া আছে, O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তের AB ও CD দুইটি সমান জ্যা। AB ও CD জ্যাদ্বয়ের মধ্যবিন্দু M ও N হলে, প্রমাণ করতে হবে যে, OM = ON।



অঙ্কন : A, O ও C, O যোগ করি।

প্রমাণ:

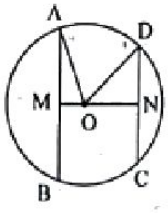
ধাপ	যথার্থতা
(১) $AM = \frac{1}{2}AB$, এবং $ON = \frac{1}{2}CD$	[AB ও CD জ্যাদ্বয়ের মধ্যবিন্দু M ও N]
(২) $AB = CD$ বা, $\frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}CD$ $\therefore AM = CN$	[দেওয়া আছে]
(৩) $OM \perp AB$ এবং $ON \perp CD$	[কেন্দ্র থেকে জ্যায়ের মধ্যবিন্দুর সংযোগরেখা জ্যা-এর উপর লম্ব]
(৪) সমকোণী ΔOMA ও ΔONC-এ $OA = OC$	[একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
$AM = CN$	[(২) হতে পাই]
$\therefore \Delta OMA \cong \Delta ONC$ $\therefore OM = ON$(প্রমাণিত)	[সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ-বাহু সর্বসমতা উপপাদ্য]

Talukdar Academy

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

গ বিশেষ নির্বচন: মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABCD একটি বৃত্ত। AB ও CD এর দুইটি জ্যা এবং AB > CD। AB ও CD এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে M ও N। প্রমাণ করতে হবে যে, OM < ON.

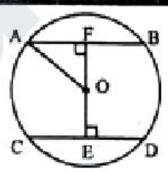


অঙ্কন: O, A এবং O, D যোগ করি।

প্রমাণ:

ধাপ	যথার্থতা
(১) O বৃত্তের কেন্দ্র এবং $AM = BM = \frac{1}{2}AB$. $\therefore OM \perp AB$	[বৃত্তের কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন অন্য জ্যা-এর মধ্যবিন্দুর সংযোগ রেখা জ্যা-এর উপর লম্ব]
(২) $DN = CN = \frac{1}{2}CD$ অতএব, $ON \perp CD$	[একই কারণে]
(৩) এখন, কল্পনা অনুসারে, $AB > CD$ বা, $\frac{1}{2}AB > \frac{1}{2}CD$	[উভয় পক্ষকে $\frac{1}{2}$ দ্বারা গুণ করে]
বা, $AM > DN$	[ধাপ (১) ও (২) হতে]
$\therefore AM^2 > DN^2$	[উভয়পক্ষকে বর্গ করে]
(৪) এখন, সমকোণী ΔOAM এবং সমকোণী ΔODN-এর অতিভুজ যথাক্রমে OA এবং OD. তাহলে, পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে, $OA^2 = OM^2 + AM^2$ এবং $OD^2 = ON^2 + DN^2$	
কিন্তু, $OA = OD$	[একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
তাহলে, $OA^2 = OD^2$ অর্থাৎ, $OM^2 + AM^2 = ON^2 + DN^2$ বা, $AM^2 - DN^2 = ON^2 - OM^2$	[উভয়পক্ষকে বর্গ করে]
(৫) যেহেতু $AM^2 > DN^2$ বা, $AM^2 - DN^2 > 0$	[ধাপ-(৩) থেকে]
বা, $ON^2 - OM^2 > 0$ বা, $ON^2 > OM^2$ বা, $ON > OM$ $\therefore OM < ON$. (প্রমাণিত)	[ধাপ-(৪) থেকে]

★★ প্রশ্ন ▶ ৮ বীরশ্রেষ্ঠ মুন্সী আব্দুর রউফ পাবলিক কলেজ, ঢাকা



ABDC বৃত্তের ব্যাসার্ধ 3 সে.মি.। ◀ শিখনফল ৩ ও ৪

ক. বৃত্তের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো। ২

খ. জ্যা AB = জ্যা CD হলে, প্রমাণ কর যে, OE = OF. ৪

গ. F, AB এর মধ্যবিন্দু হলে, প্রমাণ কর যে, $OF \perp AB$. ৪

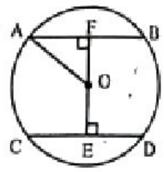
<u>৮ নং প্রশ্নের সমাধান</u>

ক দেওয়া আছে, বৃত্তের ব্যাসার্ধ, r = 3 সে.মি.

$\therefore$ বৃত্তের ক্ষেত্রফল $= \pi r^2 = 3.14 \times 3^2$ বর্গ সে.মি.

$= 28.26$ বর্গ সে.মি. (Ans.)

খ দেওয়া আছে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB এবং CD দুইটি সমান জ্যা। O থেকে AB ও CD এর উপর যথাক্রমে OF ও OE লম্ব। OF ও OE, O বিন্দু থেকে যথাক্রমে AB এবং CD এর দূরত্ব নির্দেশ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, OF = OE.

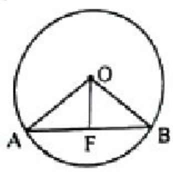


অঙ্কন: A, O ও C, O যোগ করি।

প্রমাণ:

ধাপ	যথার্থতা
(১) O বৃত্তের কেন্দ্র এবং $OF \perp$ জ্যা AB $\therefore AF = \frac{1}{2}AB$.	[বৃত্তের কেন্দ্র হতে ব্যাস ভিন্ন কোনো জ্যা এর উপর অঙ্কিত লম্ব ঐ জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]
(২) O বৃত্তের কেন্দ্র এবং $OE \perp$ জ্যা CD $\therefore CE = \frac{1}{2}CD$.	[একই কারণে]
(৩) কিন্তু, AB = CD	[দেওয়া আছে]
বা, $\frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}CD$. $\therefore AF = CE$	[ধাপ (১) ও (২) হতে]
(৪) $OF \perp AB$ এবং $OE \perp CD$ $\therefore \angle AFO = 1$ সমকোণ $= \angle CEO$	
(৫) AOF ও COE সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ে AO = CO	[একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
AF = CE	[ধাপ (৩) হতে]
$\therefore \Delta AOF \cong \Delta COE$	[অতিভুজ-বাহু-উপপাদ্য]
$\therefore OE = OF$. (প্রমাণিত)	

গ বিশেষ নির্বচন: মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB ব্যাস নয় এমন একটি জ্যা এবং F এই জ্যা-এর মধ্যবিন্দু। O, F যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, OF রেখাংশ AB জ্যা-এর উপর লম্ব।



অঙ্কন: O, A এবং O, B যোগ করি।

প্রমাণ:

ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔOAF এবং ΔOBF এ OA = OB	[উভয়ে একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
AF = BF	[F, AB এর মধ্যবিন্দু]
এবং OF = OF	[সাধারণ বাহু]
সুতরাং $\Delta OAF \cong \Delta OBF$ $\therefore \angle OFA = \angle OFB$	[বাহু-বাহু-বাহু উপপাদ্য]
(২) যেহেতু কোণদ্বয় রৈখিক যুগল কোণ এবং এদের পরিমাণ সমান, সুতরাং, $\angle OFA = \angle OFB = 1$ সমকোণ। অতএব, $OF \perp AB$ (প্রমাণিত)	

গণিত

Talukdar Academy

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

★★ প্রশ্ন ▸ ৯ *সাতক্ষীরা সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়*

O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তে PM ও PN দুটি সমান জ্যা। $OT \perp PM$ এবং PM = 6 সে.মি.। *◂ অধ্যায় ৮ ও ১০ এর সমন্বয়ে*

ক. একটি বেলনের ব্যাসার্ধ 5 সে.মি., উচ্চতা 6.5 সে.মি. হলে বক্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল কত? ২

খ. একটি বর্গ অংকন কর যার বাহু PM. [অংকনের বিবরণ ও চিহ্ন আবশ্যক] ৪

গ. প্রমাণ কর যে, PT = MT ৪

৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

বেলনের ব্যাসার্ধ, r = 5 সে.মি.

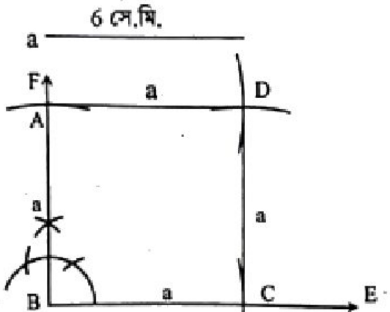
এবং উচ্চতা, h = 6.5 সে.মি.

∴ বেলনটির বক্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল = $2\pi rh$ বর্গ একক

= $2 \times 3.14 \times 5 \times 6.5$ বর্গ সে.মি.

= 204.1 বর্গ সে.মি. (প্রায়) **(Ans.)**

খ



বিশেষ নির্বচন: মনে করি, একটি বর্গের বাহু PM = a = 6 সে.মি. দেওয়া আছে। বর্গটি আঁকতে হবে।

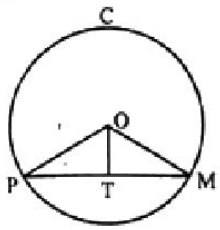
অঙ্কনের বিবরণ:

(১) যেকোনো রশ্মি BE থেকে BC = a নিই। এবার, B বিন্দুতে $BF \perp BC$ আঁকি এবং BF থেকে BA = a অংশ কেটে নিই।

(২) অতঃপর A ও C বিন্দুদ্বয়কে কেন্দ্র করে a এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে ∠CBA এর অভ্যন্তরে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। মনে করি, তারা পরস্পর D বিন্দুতে ছেদ করে।

(৩) A, D এবং C, D যোগ করি। তাহলে, ABCD-ই উদ্দিষ্ট বর্গ।

গ **বিশেষ নির্বচন:** দেওয়া আছে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে। PM একটি ব্যাস ভিন্ন জ্যা। OT, PM এর উপর লম্ব। প্রমাণ করতে হবে যে, T বিন্দু PM জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে অর্থাৎ PT = MT.



অঙ্কন : O, P ও O, M যোগ করি।

প্রমাণ:

ধাপ	যথার্থতা
(১) যেহেতু $OT \perp PM$ ∴ ∠OTP = ∠OTM = এক সমকোণ	
(২) এখন, ΔOTP ও ΔOTM সমকোণী ত্রিভুজ-এ OP = OM ; OT সাধারণ বাহু ∴ ΔOTP ≅ OTM ∴ PT = MT (প্রমাণিত)	 [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ বলে] [ধাপ (১) হতে] [অতিভুজ-বাহু উপপাদ্য]

★★ প্রশ্ন ▸ ১০ *শিখনফলভিত্তিক অনন্য প্রশ্ন-১*

O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের AB ও CD ব্যাস নয় এমন দুইটি জ্যা। *◂ শিখনফল ৪*

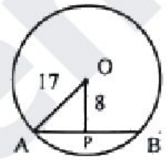
ক. বৃত্তটির ব্যাসার্ধ 17 সেমি এবং কেন্দ্র হতে AB জ্যা এর দূরত্ব 8 সেমি হলে AB জ্যা এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো। ২

খ. AB এর মধ্যবিন্দু M হলে, দেখাও যে, $OM \perp AB$. ৪

গ. AB ও CD দুইটি সমান জ্যা হলে দেখাও যে, এদের মধ্যবিন্দুদ্বয় সমবৃত্ত। ৪

১০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক সমকোণী ΔOAC-এ $OA^2 = OP^2 + AP^2$



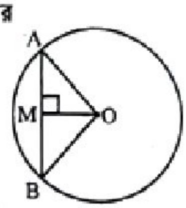
বা, $AP = \sqrt{OA^2 - OP^2}$

$= \sqrt{17^2 - 8^2}$ সেমি

= 15 সেমি

∴ $AB = 2 \times AP = (2 \times 15)$ সেমি = 30 সেমি **(Ans.)**

খ দেওয়া আছে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের AB ব্যাস নয় এমন জ্যা এবং M, AB এর মধ্যবিন্দু। O, M যোগ করি।



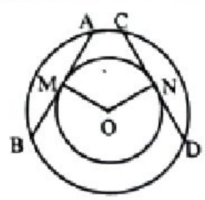
প্রমাণ করতে হবে যে, $OM \perp AB$।

অঙ্কন: O, B এবং O, A যোগ করি।

প্রমাণ:

ধাপ	যথার্থতা
(১) সমকোণী ΔOAM এবং ΔOMB-এ OA = OB AM = MB এবং OM সাধারণ বাহু ∴ ΔOAM ≅ ΔOMB ∴ ∠OMA = ∠OMB	 [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ] [∵ M, AB-এর মধ্যবিন্দু]
(২) যেহেতু কোণদ্বয় রৈখিক যুগল কোণ এবং এদের পরিমাপ সমান। ∴ ∠OMA = ∠OMB = 1 সমকোণ অতএব, $OM \perp AB$ (প্রমাণিত)	

গ **বিশেষ নির্বচন:** দেওয়া আছে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABDC বৃত্তে AB ও CD ব্যাস নয় এমন দুইটি সমান সমান জ্যা যাদের মধ্যবিন্দুদ্বয় যথাক্রমে M ও N। দেখাতে হবে যে, M ও N সমবৃত্ত।



অঙ্কন: O, M এবং O, N যোগ করি।

প্রমাণ:

ধাপ	যথার্থতা
(১) M, AB জ্যা এর মধ্যবিন্দু। ∴ $OM \perp AB$	 [বৃত্তের জ্যা-এর মধ্যবিন্দু ও কেন্দ্রের সংযোজক রেখাংশ ঐ জ্যা এর ওপর লম্ব]

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

ধাপ	যথার্থতা
(২) তদ্রূপ ON ⊥ CD	[একই কারণে]
(৩) কেন্দ্র O হতে AB ও CD জ্যা এর লম্ব দূরত্ব যথাক্রমে OM ও ON যেহেতু AB = CD ∴ OM = ON	[সমান সমান জ্যা কেন্দ্র থেকে সমদূরবর্তী]
(৪) সুতরাং O কে কেন্দ্র করে OM বা ON এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে বৃত্ত অঙ্কন করলে বৃত্তটি M ও N বিন্দু দিয়ে যাবে। অতএব M ও N সমবৃত্ত। অর্থাৎ AB ও CD জ্যা দুটি সমান হলে এদের মধ্যবিন্দুদ্বয় সমবৃত্ত। (দেখানো হলো)	

★ প্রশ্ন ▶ ১১ *শিখনফলভিত্তিক অনন্য প্রশ্ন-২*

(i) দুইটি নির্দিষ্ট রেখাংশ p = 6.3 সে.মি. q = 4.5 সে.মি. এবং দুইটি কোণ ∠a = 60° এবং ∠b = 75°

(ii) ABCD একটি বৃত্তে জ্যা AB > CD.

◀ অধ্যায় ৮ ও ১০ এর সমন্বয়ে

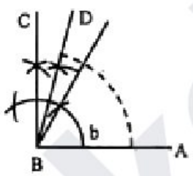
ক. পেন্সিল কম্পাসের সাহায্যে ∠b আঁকো। ২

খ. p ও q কে সমান্তরাল বাহু এবং প্রদত্ত কোণ দুইটিকে p বাহু সংলগ্ন কোণ বিবেচনা করে ট্রাপিজিয়ামটি আঁকো। [অঙ্কনের চিহ্ন ও বিবরণ আবশ্যক] ৪

গ. প্রমাণ করো যে, AB জ্যা CD জ্যা অপেক্ষা কেন্দ্রের নিকটতর। ৪

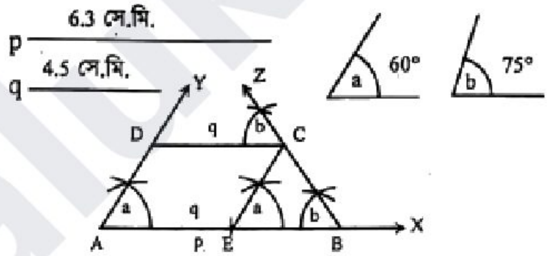
১১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক



চিত্রে, ∠ABD = ∠b = 75°

খ



দেওয়া আছে, ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদ্বয় p = 6.3 সে.মি. এবং q = 4.5 সে.মি., যেখানে, p > q এবং বৃহত্তম বাহু p সংলগ্ন কোণদ্বয় ∠a = 60° ও ∠b = 75°। ট্রাপিজিয়ামটি আঁকতে হবে।

অঙ্কনের বিবরণ:

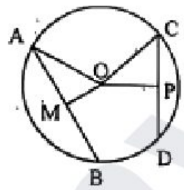
(১) যেকোনো রশ্মি AX থেকে AB = p নিই। AB রেখাংশের A বিন্দুতে ∠a এর সমান ∠BAY এবং B বিন্দুতে ∠b এর সমান ∠ABZ আঁকি।

(২) এবার AB রেখাংশ থেকে AE = q কেটে নিই। E বিন্দুতে EC ∥ AY আঁকি যা BZ রশ্মিকে C বিন্দুতে ছেদ করে।

(৩) এবার CD ∥ BA আঁকি। CD রেখাংশ AY রশ্মিকে D বিন্দুতে ছেদ করে।

তাহলে, ABCD ই উদ্দিষ্ট ট্রাপিজিয়াম।

গ বিশেষ নির্বচন: মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABDC একটি বৃত্ত। AB ও CD এর দুইটি জ্যা এবং AB > CD। OM এবং OP কেন্দ্র O হতে যথাক্রমে AB ও CD এর ওপর লম্ব। দেখাতে হবে যে, AB জ্যা CD জ্যা অপেক্ষা কেন্দ্রের নিকটতর অর্থাৎ, OM < OP.



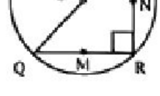
অঙ্কন: O, A এবং O, C যোগ করি।

প্রমাণ:

ধাপ	যথার্থতা
(১) O বৃত্তের কেন্দ্র এবং OM ⊥ AB ∴ $AM = BM = \frac{1}{2}AB$.	[বৃত্তের কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন জ্যা-এর ওপর অঙ্কিত লম্ব জ্যা-কে সমদ্বিখণ্ডিত করে।]
(২) OP ⊥ CD অতএব, $CP = DP = \frac{1}{2}CD$	[একই কারণে]
(৩) এখন, AB > CD	[কল্পনা অনুসারে]
বা, $\frac{1}{2}AB > \frac{1}{2}CD$	[উভয় পক্ষকে $\frac{1}{2}$ দ্বারা গুণ করে]
বা, AM > CP	[ধাপ (১) ও (২) হতে]
∴ $AM^2 > CP^2$	[উভয়পক্ষকে বর্গ করে]
(৪) এখন, সমকোণী ΔOAM এবং সমকোণী ΔOCP-এর অতিভুজ যথাক্রমে OA এবং OC.	
তাহলে, $OA^2 = OM^2 + AM^2$ এবং $OC^2 = OP^2 + CP^2$	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]
কিন্তু, OA = OC	[একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
তাহলে, $OA^2 = OC^2$	[উভয়পক্ষকে বর্গ করে]
অর্থাৎ, $OM^2 + AM^2 = OP^2 + CP^2$ বা, $AM^2 - CP^2 = OP^2 - OM^2$	
(৫) যেহেতু $AM^2 > CP^2$	[ধাপ-(৩) থেকে]
বা, $AM^2 - CP^2 > 0$	
বা, $OP^2 - OM^2 > 0$	[ধাপ-(৪) থেকে]
বা, $OP^2 > OM^2$ বা, OP > OM ∴ OM < OP. অর্থাৎ, AB জ্যা CD জ্যা অপেক্ষা কেন্দ্রের নিকটতর। (প্রমাণিত)	

★ প্রশ্ন ▶ ১২ *শিখনফলভিত্তিক অনন্য প্রশ্ন-৩*

বৃত্তে PQ ব্যাস এবং ∠PRQ = 90°। O বৃত্তের কেন্দ্র এবং M ও N যথাক্রমে QR ও PR বাহুর মধ্যবিন্দু।



◀ অধ্যায় ৯ ও ১০ এর সমন্বয়ে

ক. প্রমাণ করো যে, PQ > PR ২

খ. প্রমাণ করো যে, NO ∥ RQ এবং $NO = \frac{1}{2}RQ$ ৪

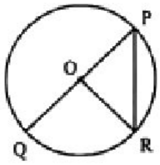
গ. প্রমাণ করো যে, $5PQ^2 = 4(PM^2 + QN^2)$ ৪

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

১২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে PQ ব্যাস এবং PR ব্যাস ভিন্ন একটি জ্যা। প্রমাণ করতে হবে যে, $PQ > PR$.

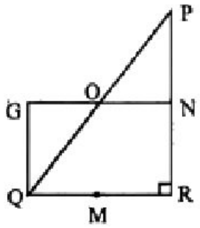


অঙ্কন: O, R যোগ করি।

প্রমাণ:

ধাপ	যথার্থতা
(১) $OR = OP = OQ$	[একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
(২) এখন ΔORP এ $OR + OP > PR$	[ত্রিভুজের যেকোনো দুই বাহুর সমষ্টি তৃতীয় বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর]
বা, $OQ + OP > PR$	[$\because OR = OQ$]
$\therefore PQ > PR$ (প্রমাণিত)	

খ PR ও PQ বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে N ও O। N, O যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, $NO \parallel RQ$ এবং $NO = \frac{1}{2}RQ$.

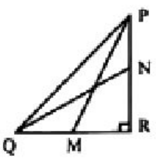


অঙ্কন: NO কে G পর্যন্ত বর্ধিত করি এবং $QG \parallel NR$ আঁকি। NO এর বর্ধিতাংশ QG কে G বিন্দুতে ছেদ করে।

প্রমাণ:

ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔPNO ও ΔQOG-এ	
$\angle PON = \angle QOG$	[বিপ্রতীপ কোণ সমান]
$PO = OQ$	[O, PQ এর মধ্যবিন্দু]
$\angle NPO = \angle OQG$	[$\because$ PN $\parallel$ QG এবং PQ এদের ছেদক]
$\therefore \Delta PNO \cong \Delta QOG$	[ত্রিভুজের কোণ-বাহু-কোণ উপপাদ্য]
$\therefore NO = OG, PN = QG$	
(২) $RN = PN \quad \therefore RN = QG$	[$\because$ N, PR এর মধ্যবিন্দু]
সুতরাং RNGQ একটি আয়তক্ষেত্র।	[$\because RN = QG$ এবং $RN \parallel QG$ এবং $\angle R = 90°$]
$\therefore RN \parallel QG$ এবং $NG \parallel RQ$	
এখন, $NG = NO + GO$	
$\therefore NG = 2NO$	[ধাপ (১) হতে]
অর্থাৎ $2NO = RQ$ এবং $NO \parallel RQ$	[$\because RQ = NG$]
$\therefore NO = \frac{1}{2}RQ$ এবং $NO \parallel RQ$ (প্রমাণিত)	

গ দেওয়া আছে, PQR ত্রিভুজের $\angle R$ সমকোণ এবং M ও N যথাক্রমে QR ও PR বাহুর মধ্যবিন্দু। P, M ও Q, N যোগ করি।
প্রমাণ করতে হবে যে, $5PQ^2 = 4(PM^2 + QN^2)$



প্রমাণ:

ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔPQR-এ M ও N যথাক্রমে QR ও PR বাহুর মধ্যবিন্দু।	
$\therefore RM = \frac{1}{2}RQ$ এবং $RN = \frac{1}{2}RP$	
(২) ΔPQR এ $\angle R$ সমকোণ।	
$\therefore RP^2 + RQ^2 = PQ^2$......(i)	[পিথাগোরাসের সূত্রানুসারে]
(৩) আবার, ΔRPM এ $\angle R$ সমকোণ।	
$\therefore RP^2 + RM^2 = PM^2$.........(ii)	[একই কারণে]
(৪) তদ্রুপ ΔRQN এ $\angle R$ সমকোণ	
$\therefore RQ^2 + RN^2 = QN^2$........(iii)	[একই কারণে]
(৫) এখন, $RP^2 + RM^2 + RQ^2 + RN^2 = PM^2 + QN^2$	[(ii) ও (iii) যোগ করে]
বা, $RP^2 + \left(\frac{1}{2}RQ\right)^2 + RQ^2 + \left(\frac{1}{2}RP\right)^2 = PM^2 + QN^2$	[ধাপ (১) হতে]
বা, $RP^2 + RQ^2 + \frac{1}{4}RP^2 + \frac{1}{4}RQ^2 = PM^2 + QN^2$	
বা, $(RP^2 + RQ^2) + \frac{1}{4}(RP^2 + RQ^2) = PM^2 + QN^2$	[ধাপ (২) থেকে প্রাপ্ত]
বা, $PQ^2 + \frac{1}{4}PQ^2 = PM^2 + QN^2$	
বা, $\frac{5}{4}PQ^2 = PM^2 + QN^2$	
$\therefore 5PQ^2 = 4(PM^2 + QN^2)$ (প্রমাণিত)	

প্রশ্নব্যাংক

★★ প্রশ্ন ▸ ১৩ | *শিখনফলভিত্তিক অনন্য প্রশ্ন-৪*

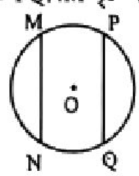
কেয়া সেন্ট্রাল গভর্নমেন্ট স্কুলের ৮ম শ্রেণির শিক্ষার্থী। সে তার কম্পাস দিয়ে একটি বৃত্ত অঙ্কন করলো। বৃত্তটির কেন্দ্র O এবং AB ও CD দুইটি সমান জ্যা। O থেকে AB ও CD এর উপর যথাক্রমে OE ও OF লম্ব। *◂ শিখনফল ১, ৩ ও ৪*

ক. সংক্ষিপ্ত বর্ণনাসহ ওপরের তথ্যাবলির চিত্র আঁক। ২
খ. প্রমাণ করো যে, $OE = OF$ ৪
গ. $OE = 5$ সে.মি. হলে EF এর দৈর্ঘ্য কত? বৃত্তটির ক্ষেত্রফল 100 বর্গ সে.মি. হলে বৃত্তটির পরিধি নির্ণয় করো। ($\pi = 3.14$) ৪

উত্তর: গ. 10 সে.মি., 35.44 সে.মি. (প্রায়)

★ প্রশ্ন ▸ ১৪ | *শিখনফলভিত্তিক অনন্য প্রশ্ন-৫*

চিত্রে O কেন্দ্রবিশিষ্ট PQNM বৃত্তে MN ও PQ দুইটি সমান জ্যা।



◂ শিখনফল ১, ৩ ও ৪

ক. 8 সে.মি. ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তের পরিধি নির্ণয় করো। ২
খ. প্রমাণ করো যে, জ্যা দুইটি কেন্দ্র হতে সমদূরবর্তী। ৪
গ. O কেন্দ্রবিশিষ্ট PQNM বৃত্তের পরিধি 278 সে.মি. হলে, বৃত্তটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো। ৪

উত্তর: ক. 50.24 বর্গ সে. মি. (প্রায়); গ. 6153.185 বর্গ সে.মি. (প্রায়)

★★ প্রশ্ন ▸ ১৫ | *শিখনফলভিত্তিক অনন্য প্রশ্ন-৬*

O কেন্দ্রবিশিষ্ট PQRS বৃত্তে PQ ও RS দুইটি সমান জ্যা। OA ও OB যথাক্রমে PQ ও RS এর উপর লম্ব। PR বৃত্তে ব্যাস। *◂ শিখনফল ১ ও ৪*

ক. তথ্যগুলো চিত্রের মাধ্যমে প্রকাশ করো। ২
খ. প্রমাণ করো যে, $OA = OB$ ৪
গ. প্রমাণ করো যে, PQ ও RS পরস্পর সমান্তরাল। ৪

গণিত

Talukdar Academy

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

একাদশ অধ্যায় — তথ্য ও উপাত্ত

★★ প্রশ্ন ▸ ১ *জুনিয়র বৃত্তি পরীক্ষা ২০২৫*

৮ম শ্রেণির শিক্ষার্থীদের গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের সারণি নিম্নরূপ:

শ্রেণি ব্যবধান	৩১-৪০	৪১-৫০	৫১-৬০	৬১-৭০	৭১-৮০	৮১-৯০
গণসংখ্যা	৬	৭	১০	১৫	১২	১০

◂ শিখনফল ২ ও ৩

ক. ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি তৈরি করো। ২
খ. প্রদত্ত সারণি হতে গড় নির্ণয় করো। ৪
গ. বর্ণনাসহ প্রদত্ত উপাত্তসমূহের আয়তলেখ আঁকো। ৪

১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ৮ম শ্রেণির শিক্ষার্থীদের গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি নিম্নরূপ:

শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
৩১ − ৪০	৬	৬
৪১ − ৫০	৭	১৩
৫১ − ৬০	১০	২৩
৬১ − ৭০	১৫	৩৮
৭১ − ৮০	১২	৫০
৮১ − ৯০	১০	৬০
	n = ৬০	

খ গড় নির্ণয়ের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি:

শ্রেণিব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান (x_i)	গণসংখ্যা (f_i)	f_ix_i
৩১ − ৪০	৩৫.৫	৬	২১৩
৪১ − ৫০	৪৫.৫	৭	৩১৮.৫
৫১ − ৬০	৫৫.৫	১০	৫৫৫
৬১ − ৭০	৬৫.৫	১৫	৯৮২.৫
৭১ − ৮০	৭৫.৫	১২	৯০৬
৮১ − ৯০	৮৫.৫	১০	৮৫৫
		n = ৬০	$\sum f_ix_i$ = ৩৮৩০

∴ গড়, $\bar{x} = \frac{১}{n}\sum_{i=১}^{k} f_ix_i = \frac{৩৮৩০}{৬০}$ = ৬৩.৮৩৩ (প্রায়) (উত্তর)

গ আয়তলেখ অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি:

শ্রেণিব্যাপ্তি	অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা
৩১ − ৪০	৩০.৫ − ৪০.৫	৬
৪১ − ৫০	৪০.৫ − ৫০.৫	৭
৫১ − ৬০	৫০.৫ − ৬০.৫	১০
৬১ − ৭০	৬০.৫ − ৭০.৫	১৫
৭১ − ৮০	৭০.৫ − ৮০.৫	১২
৮১ − ৯০	৮০.৫ − ৯০.৫	১০

ছক কাগজে x-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি ২ বাহুর দৈর্ঘ্যকে অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিব্যাপ্তির ১ একক এবং y-অক্ষ বরাবর প্রতি ১ বাহুর দৈর্ঘ্যকে গণসংখ্যার ২ একক ধরে আয়তলেখ অঙ্কন করা হয়েছে। মূলবিন্দু থেকে ৩০.৫ পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বোঝাতে ভাঙা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।

চিত্র: আয়তলেখ

★★ প্রশ্ন ▸ ২ *JSC কু. বো. ২০১৯*

৩০ জন শ্রমিকের সাপ্তাহিক সঞ্চয় (টাকায়) নিচে দেওয়া হলো:
১৫৩, ১৬০, ১৪৫, ১৩৫, ১৪৮, ১৬৮, ১৭০, ১৭৬, ১৫০, ১৬০, ১৮৩, ১৫৬, ১৪০, ১৩৫, ১৪৬, ১৫৮, ১৬০, ১৫৪, ১৬৬, ১৭৭, ১৩৮, ১৪৫, ১৫৭, ১৪৪, ১৫৫, ১৩৭, ১৪৮, ১৭১, ১৬৮, ১৮০ *◂ শিখনফল ২ ও ৩*

ক. উদ্দীপক থেকে প্রচুরক নির্ণয় করো। ২
খ. শ্রেণি ব্যবধান ৫ ধরে গণসংখ্যা সারণি তৈরি করে গড় নির্ণয় করো। ৪
গ. উপাত্তগুলোর আয়তলেখ অঙ্কন করো। ৪

২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক উপাত্তগুলোকে মানের ঊর্ধ্বক্রমে সাজিয়ে পাই, ১৩৫, ১৩৫, ১৩৭, ১৩৮, ১৪০, ১৪৪, ১৪৫, ১৪৫, ১৪৬, ১৪৮, ১৪৮, ১৫০, ১৫৩, ১৫৪, ১৫৫, ১৫৬, ১৫৭, ১৫৮, ১৬০, ১৬০, ১৬০, ১৬৬, ১৬৮, ১৬৮, ১৭০, ১৭১, ১৭৬, ১৭৭, ১৮০, ১৮৩
উপাত্ত থেকে দেখা যায় ১৬০ রয়েছে সর্বাধিক ৩ বার।
∴ প্রচুরক ১৬০। (উত্তর)

খ এখানে, সর্বনিম্ন সংখ্যা ১৩৫ এবং সর্বোচ্চ সংখ্যা ১৮৩।
∴ পরিসর = (১৮৩ − ১৩৫) + ১ = ৪৯
∴ শ্রেণি ব্যবধান ৫ ধরে শ্রেণিসংখ্যা = $\frac{৪৯}{৫}$ = ৯.৮ ≈ ১০টি

শ্রেণিব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান (x_i)	ট্যালি	গণসংখ্যা (f_i)	f_ix_i
১৩৫ − ১৩৯	১৩৭	||||	৪	৫৪৮
১৪০ − ১৪৪	১৪২	||	২	২৮৪
১৪৫ − ১৪৯	১৪৭	~~||||~~	৫	৭৩৫
১৫০ − ১৫৪	১৫২	|||	৩	৪৫৬
১৫৫ − ১৫৯	১৫৭	||||	৪	৬২৮
১৬০ − ১৬৪	১৬২	|||	৩	৪৮৬
১৬৫ − ১৬৯	১৬৭	|||	৩	৫০১
১৭০ − ১৭৪	১৭২	||	২	৩৪৪
১৭৫ − ১৭৯	১৭৭	||	২	৩৫৪
১৮০ − ১৮৪	১৮২	||	২	৩৬৪
			n = ৩০	Σf_ix_i = ৪৭০০

∴ নির্ণেয় গাণিতিক গড়, $\bar{x} = \frac{১}{n}\sum_{i=১}^{k} f_ix_i = \frac{১}{৩০}$ × ৪৭০০
= ১৫৬.৬৭ (প্রায়) (উত্তর)

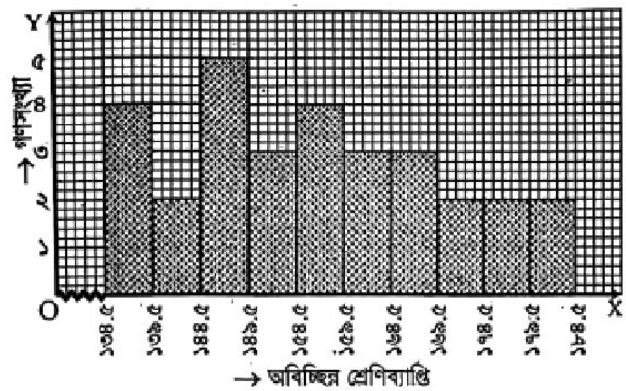
গ আয়তলেখ অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি:

শ্রেণিব্যাপ্তি	অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা
১৩৫ − ১৩৯	১৩৪.৫ − ১৩৯.৫	৪
১৪০ − ১৪৪	১৩৯.৫ − ১৪৪.৫	২
১৪৫ − ১৪৯	১৪৪.৫ − ১৪৯.৫	৫
১৫০ − ১৫৪	১৪৯.৫ − ১৫৪.৫	৩
১৫৫ − ১৫৯	১৫৪.৫ − ১৫৯.৫	৪
১৬০ − ১৬৪	১৫৯.৫ − ১৬৪.৫	৩
১৬৫ − ১৬৯	১৬৪.৫ − ১৬৯.৫	৩
১৭০ − ১৭৪	১৬৯.৫ − ১৭৪.৫	২
১৭৫ − ১৭৯	১৭৪.৫ − ১৭৯.৫	২
১৮০ − ১৮৪	১৭৯.৫ − ১৮৪.৫	২

ছক কাগজে x-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি ১ বাহুর দৈর্ঘ্যকে অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিব্যাপ্তির ১ একক এবং y-অক্ষ বরাবর প্রতি ৫ বাহুর দৈর্ঘ্যকে গণসংখ্যার ১ একক ধরে আয়তলেখ অঙ্কন করা হয়েছে। মূলবিন্দু থেকে ১৩৪.৫ পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাঙা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd



চিত্র: আয়তলেখ

★★ প্রশ্ন ▸ ৩ JSC দি. বো. ২০১৯

(i) নিম্নে ১০০ জন ছাত্রের গণিতের নৈর্ব্যক্তিক অংশে প্রাপ্ত নম্বর দেওয়া হলো:

নম্বর	১-৫	৬-১০	১১-১৫	১৬-২০	২১-২৫	২৬-৩০
ছাত্রের সংখ্যা	৫	১০	২০	২৫	৩০	১০

(ii) বিশ্বকাপ ক্রিকেট, ২০১৯-এ ওয়েস্ট ইন্ডিজের বিপক্ষে বাংলাদেশের ৩২২ রান নিম্নে দেওয়া হলো:

রানের প্রকার	১	২	৩	৪	৬	অতিরিক্ত	মোট
বিভিন্ন প্রকারের সংগৃহীত রান	৯৪	৩২	৬	১২৮	৩৬	২৬	৩২২

◂শিখনফল ২ ও ৩

ক. (i) এর তথ্যানুযায়ী ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি তৈরি করো। ২

খ. (i) এর তথ্যানুযায়ী গাণিতিক গড় নির্ণয় করো। ৪

গ. (ii) এর তথ্যানুযায়ী পাইচার্ট তৈরি করো। ৪

৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি:

নম্বর	ছাত্রসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
১ – ৫	৫	৫
৬ – ১০	১০	১৫
১১ – ১৫	২০	৩৫
১৬ – ২০	২৫	৬০
২১ – ২৫	৩০	৯০
২৬ – ৩০	১০	১০০

খ গড় নির্ণয়ের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি:

শ্রেণিব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান x_i	গণসংখ্যা f_i	f_ix_i
১ – ৫	৩	৫	১৫
৬ – ১০	৮	১০	৮০
১১ – ১৫	১৩	২০	২৬০
১৬ – ২০	১৮	২৫	৪৫০
২১ – ২৫	২৩	৩০	৬৯০
২৬ – ৩০	২৮	১০	২৮০
		$n =$ ১০০	$\Sigma f_ix_i =$ ১৭৭৫

$\therefore$ নির্ণেয় গড় $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} f_ix_i = \frac{১৭৭৫}{১০০} =$ ১৭.৭৫ **(উত্তর)**

গ আমরা জানি, বৃত্তের কেন্দ্রে সৃষ্ট কোণ ৩৬০°।

এখানে, মোট রান = ৩২২

সংগৃহীত ৩২২ রানের জন্য কোণ ৩৬০°

$\therefore$ সংগৃহীত ১ রানের জন্য কোণ $\frac{৩৬০^\circ}{৩২২}$

$\therefore$ সংগৃহীত ৯৪ রানের জন্য কোণ $\frac{৯৪}{৩২২} \times ৩৬০^\circ =$ ১০৫.০৯

অনুরূপভাবে,

সংগৃহীত ৩২ রানের জন্য উৎপন্ন কোণ $= \frac{৩২}{৩২২} \times ৩৬০^\circ =$ ৩৫.৭৮°

সংগৃহীত ৬ রানের জন্য উৎপন্ন কোণ $= \frac{৬}{৩২২} \times ৩৬০^\circ =$ ৬.৭১°

সংগৃহীত ১২৮ রানের জন্য উৎপন্ন কোণ $= \frac{১২৮}{৩২২} \times ৩৬০^\circ =$ ১৪৩.১০°

সংগৃহীত ৩৬ রানের জন্য উৎপন্ন কোণ $= \frac{৩৬}{৩২২} \times ৩৬০^\circ =$ ৪০.২৫°

অতিরিক্ত রানের জন্য উৎপন্ন কোণ $= \frac{২৬}{৩২২} \times ৩৬০^\circ =$ ২৯.০৭°

নিম্নে পাইচার্ট অঙ্কন করা হলো:

এখানে, প্রাপ্ত কোণগুলো ৩৬০° এর অংশ হিসেবে আঁকা হলো যা প্রদত্ত সারণিতে বর্ণিত উপাত্তের পাইচিত্র।

চিত্র: পাইচার্ট

★★ প্রশ্ন ▸ ৪ JSC ব. বো. ২০১৯

৮ম শ্রেণির ২০ জন শিক্ষার্থীর গণিত বিষয়ের প্রাপ্ত নম্বর হলো:

৭০, ৫৫, ৮৫, ৯৬, ৮২, ৮৭, ৯০, ৬৩, ৭৮, ৮৮, ৮৯, ৬৯, ৭০, ৭২, ৬৭, ৬৫, ৮৮, ৭৫, ৭৬, ৬২ ◂শিখনফল ১ ও ২

ক. প্রাপ্ত নম্বরের সরাসরি গড় নির্ণয় করো। ২

খ. শ্রেণি ব্যবধান ৫ ধরে গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি করো। ৪

গ. মধ্যক ও প্রচুরকের পার্থক্য নির্ণয় করো। ৪

৪ নং প্রশ্নের সমাধান

ক উদ্দীপকের নম্বরগুলো নিম্নরূপ:

৭০, ৫৫, ৮৫, ৯৬, ৮২, ৮৭, ৯০, ৬৩, ৭৮, ৮৮, ৮৯, ৬৯, ৭০, ৭২, ৬৭, ৬৫, ৮৮, ৭৫, ৭৬, ৬২

প্রাপ্ত নম্বরের সমষ্টি = ১৫২৭ এবং উপাত্ত সংখ্যা = ২০

$\therefore$ গড় $= \frac{\text{সমষ্টি}}{\text{উপাত্ত সংখ্যা}} = \frac{১৫২৭}{২০} =$ ৭৬.৩৫ **(উত্তর)**

খ প্রদত্ত উপাত্তের সর্বনিম্ন নম্বর = ৫৫ এবং সর্বোচ্চ নম্বর = ৯৬

$\therefore$ পরিসর = (৯৬ – ৫৫) + ১ = ৪২

শ্রেণি ব্যবধান ৫ ধরে শ্রেণিসংখ্যা $= \frac{৪২}{৫} =$ ৮.৪ ≈ ৯টি

গণসংখ্যা সারণি নিম্নরূপ:

শ্রেণিব্যাপ্তি	ট্যালি চিহ্ন	গণসংখ্যা
৫৫ – ৫৯	|	১
৬০ – ৬৪	||	২
৬৫ – ৬৯	|||	৩
৭০ – ৭৪	|||	৩
৭৫ – ৭৯	|||	৩
৮০ – ৮৪	|	১
৮৫ – ৮৯	~~||||~~	৫
৯০ – ৯৪	|	১
৯৫ – ৯৯	|	১
		$n =$ ২০

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

গ উদ্দীপকের প্রাপ্ত নম্বরগুলোকে মানের ঊর্ধ্বক্রম অনুসারে সাজিয়ে পাই,
৫৫, ৬২, ৬৩, ৬৫, ৬৭, ৬৯, ৭০, ৭০, ৭২, ৭৫, ৭৬, ৭৮, ৮২, ৮৫, ৮৭, ৮৮, ৮৮, ৮৯, ৯০, ৯৬

এখানে, উপাত্তের সংখ্যা n = ২০, যা জোড় সংখ্যা।

$$\therefore \text{ মধ্যক} = \frac{\frac{২০}{২}\text{ তম ও }\left(\frac{২০}{২}+১\right)\text{ তম পদ দুইটির মানের যোগফল}}{২}$$

$$= \frac{\text{১০ তম ও ১১ তম পদ দুইটির মানের যোগফল}}{২} = \frac{৭৫+৭৬}{২} = ৭৫.৫$$

এখানে, ৭০ ও ৮৮ সংখ্যা দুইটি সর্বাধিক ২ বার করে বিদ্যমান।

∴ প্রচুরক = ৭০ ও ৮৮

∴ মধ্যক ও প্রচুরকের পার্থক্য = ৭৫.৫ − ৭০ = ৫.৫ (উত্তর)

এবং ৮৮ − ৭৫.৫ = ১২.৫ (উত্তর)

★★ প্রশ্ন ▶ ৫ *ভিকারুননিসা নূন স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা*

কিছু সংখ্যক শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা সারণি নিম্নরূপ:

প্রাপ্ত নম্বর	৫৮	৬৩	৬৮	৭৩	৭৮	৮৩
গণসংখ্যা	৩	৭	১৫	১৩	৬	৪

◀ শিখনফল ২ ও ৩

ক. প্রদত্ত উপাত্তের মধ্যক নির্ণয় করো। ২

খ. প্রাপ্ত নম্বরের গড় নির্ণয় করো। ৪

গ. প্রদত্ত উপাত্তের পাইচিত্র আঁকো। ৪

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক ক্রমযোজিত গণসংখ্যার সারণি:

প্রাপ্ত নম্বর	শিক্ষার্থী সংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
৫৮	৩	৩
৬৩	৭	১০
৬৮	১৫	২৫
৭৩	১৩	৩৮
৭৮	৬	৪৪
৮৩	৪	৪৮
	n = ৪৮	

এখানে, n = ৪৮, যা জোড় সংখ্যা

$$\therefore \text{ মধ্যক} = \frac{\frac{৪৮}{২}\text{ তম ও }\left(\frac{৪৮}{২}+১\right)\text{ তম পদ দুইটির মানের যোগফল}}{২}$$

$$= \frac{\text{২৪ ও ২৫ তম পদ দুইটির মানের যোগফল}}{২}$$

$$= \frac{৬৮+৬৮}{২} = ৬৮ \text{ (উত্তর)}$$

খ গড় নির্ণয়ের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি:

প্রাপ্ত নম্বর, x_i	শিক্ষার্থী সংখ্যা, f_i	f_ix_i
৫৮	৩	১৭৪
৬৩	৭	৪৪১
৬৮	১৫	১০২০
৭৩	১৩	৯৪৯
৭৮	৬	৪৬৮
৮৩	৪	৩৩২
	n = ৪৮	Σf_ix_i = ৩৩৮৪

$$\therefore \text{ নির্ণেয় গড়, } \bar{x} = \frac{\Sigma f_ix_i}{n} = \frac{৩৩৮৪}{৪৮} = ৭০.৫ \text{ (উত্তর)}$$

গ আমরা জানি, বৃত্তের কেন্দ্রে সৃষ্ট কোণ ৩৬০°

এখানে, মোট গণসংখ্যা = ৪৮

৪৮ জন শিক্ষার্থীর জন্য কোণ ৩৬০°

$\therefore$ ১ জন শিক্ষার্থীর জন্য কোণ $\frac{৩৬০°}{৪৮}$

$\therefore$ ৩ জন শিক্ষার্থীর জন্য কোণ $\frac{৩৬০° \times ৩}{৪৮} = ২২.৫°$

$\therefore$ ৫৮ নম্বরের জন্য কোণ ২২.৫°

অনুরূপভাবে, ৬৩ নম্বরের জন্য কোণ $= \frac{৩৬০° \times ৭}{৪৮} = ৫২.৫°$

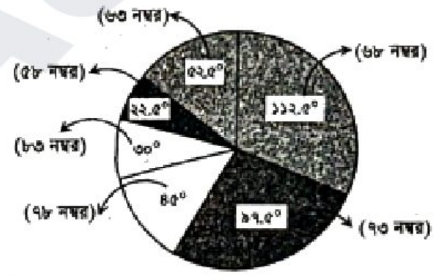
৬৮ নম্বরের জন্য কোণ $= \frac{৩৬০° \times ১৫}{৪৮} = ১১২.৫°$

৭৩ নম্বরের জন্য কোণ $= \frac{৩৬০° \times ১৩}{৪৮} = ৯৭.৫°$

৭৮ নম্বরের জন্য কোণ $= \frac{৩৬০° \times ৬}{৪৮} = ৪৫°$

৮৩ নম্বরের জন্য কোণ $= \frac{৩৬০° \times ৪}{৪৮} = ৩০°$

এখন প্রাপ্ত কোণগুলো ৩৬০° এর অংশ হিসাবে আঁকা হলো। যা প্রদত্ত সারণিতে বর্ণিত উপাত্তের পাইচিত্র।



চিত্র : পাইচিত্র

★★ প্রশ্ন ▶ ৬ *ভিকারুননিসা নূন স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা*

কিছু শিক্ষার্থীর বাংলায় প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা সারণি নিম্নরূপ:

প্রাপ্ত নম্বর	৪২–৪৬	৪৭–৫১	৫২–৫৬	৫৭–৬১	৬২–৬৬	৬৭–৭১
গণসংখ্যা	৫	৭	১৫	১২	৬	৫

◀ শিখনফল ২ ও ৩

ক. প্রদত্ত উপাত্তের ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি তৈরি করো। ২

খ. প্রদত্ত উপাত্তের গড় নির্ণয় করো। ৪

গ. প্রদত্ত উপাত্তের আয়তলেখ আঁকো। ৪

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত উপাত্তের ক্রমযোজিত গণসংখ্যা সারণি নিম্নরূপ:

প্রাপ্ত নম্বর	গণসংখ্যা	ক্রমযোজিত গণসংখ্যা
৪২ – ৪৬	৫	৫
৪৭ – ৫১	৭	১২
৫২ – ৫৬	১৫	২৭
৫৭ – ৬১	১২	৩৯
৬২ – ৬৬	৬	৪৫
৬৭ – ৭১	৫	৫০

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

গড় নির্ণয়ের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি:

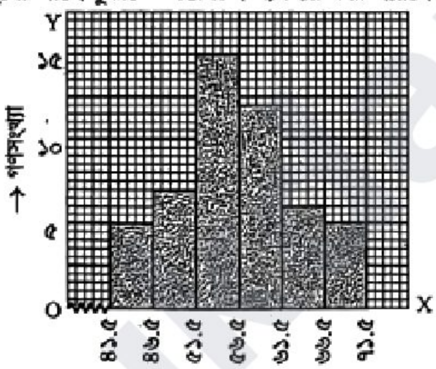
শ্রেণিব্যাপ্তি (প্রাপ্ত নম্বর)	শ্রেণি মধ্যমান (x_i)	শিক্ষার্থী সংখ্যা (f_i)	f_ix_i
৪২ – ৪৬	৪৪	৫	২২০
৪৭ – ৫১	৪৯	৭	৩৪৩
৫২ – ৫৬	৫৪	১৫	৮১০
৫৭ – ৬১	৫৯	১২	৭০৮
৬২ – ৬৬	৬৪	৬	৩৮৪
৬৭ – ৭১	৬৯	৫	৩৪৫
		n = ৫০	Σf_ix_i = ২৮১০

∴ নির্ণেয় গড়, $\bar{x} = \frac{১}{n} \sum_{i=১}^{k} f_ix_i = \frac{২৮১০}{৫০} = ৫৬.২$ (উত্তর)

গ আয়তলেখ অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি:

শ্রেণিব্যাপ্তি	অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা
৪২ – ৪৬	৪১.৫ – ৪৬.৫	৫
৪৭ – ৫১	৪৬.৫ – ৫১.৫	৭
৫২ – ৫৬	৫১.৫ – ৫৬.৫	১৫
৫৭ – ৬১	৫৬.৫ – ৬১.৫	১২
৬২ – ৬৬	৬১.৫ – ৬৬.৫	৬
৬৭ – ৭১	৬৬.৫ – ৭১.৫	৫

এখন, x-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্যকে অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিব্যাপ্তির ১ একক এবং y-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি ২ বাহুর দৈর্ঘ্যকে গণসংখ্যার ১ একক ধরে আয়তলেখ অঙ্কন করা হয়েছে। মূলবিন্দু থেকে ৪১.৫ পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাঙা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



→ অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিব্যাপ্তি

চিত্র: আয়তলেখ

★★ প্রশ্ন ▶ ৭ বীরশ্রেষ্ঠ মুন্সী আব্দুর রউফ পাবলিক কলেজ, ঢাকা

৮ম শ্রেণির ৩০ জন শিক্ষার্থীর গণিত বিষয়ের প্রাপ্ত নম্বর নিম্নে দেওয়া হলো:

৪৮, ৪০, ৭৩, ৪৮, ৬২, ৮৩, ৬৫, ৭০, ৬৮, ৩২; ৮০, ৬১, ৪৩, ৫২, ৫৭, ৭৫, ৫০, ৮৩, ৭৮, ৮৩, ৪৬, ৫৫, ৬০, ৯৫, ৫৭, ৬৬, ৭২, ৭৪, ৮৩, ৩৫. ◀ শিখনফল ২

ক. পরিসর নির্ণয় করো। ২

খ. শ্রেণি ব্যবধান ১০ ধরে গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি করে গাণিতিক গড় নির্ণয় করো। ৪

গ. প্রদত্ত উপাত্তের মধ্যক ও প্রচুরক নির্ণয় করো। ৪

৭ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত উপাত্তের সর্বনিম্ন নম্বর = ৩২ এবং সর্বোচ্চ নম্বর = ৯৫

∴ পরিসর = (৯৫ − ৩২) + ১ = ৬৪ (উত্তর)

খ শ্রেণি ব্যবধান ১০ ধরে শ্রেণিসংখ্যা = $\frac{৬৪}{১০}$ = ৬.৪ ≈ ৭

গাণিতিক গড় নির্ণয়ের জন্য প্রয়োজনীয় গণসংখ্যা সারণি নিম্নরূপ:

শ্রেণিব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান (x_i)	ট্যালি	গণসংখ্যা (f_i)	f_ix_i
৩১ – ৪০	৩৫.৫	|||	৩	১০৬.৫
৪১ – ৫০	৪৫.৫	~~||||~~	৫	২২৭.৫
৫১ – ৬০	৫৫.৫	~~||||~~	৫	২৭৭.৫
৬১ – ৭০	৬৫.৫	~~||||~~ |	৬	৩৯৩
৭১ – ৮০	৭৫.৫	~~||||~~ |	৬	৪৫৩
৮১ – ৯০	৮৫.৫	||||	৪	৩৪২
৯১ – ১০০	৯৫.৫	|	১	৯৫.৫
			n = ৩০	Σf_ix_i = ১৮৯৫

∴ নির্ণেয় গাণিতিক গড়, $\bar{x} = \frac{১}{n} \sum_{i=১}^{k} f_ix_i = \frac{১৮৯৫}{৩০}$ = ৬৩.১৬৭ (প্রায়) (উত্তর)

গ উপাত্তগুলোকে মানের ঊর্ধ্বক্রমে সাজিয়ে পাই,

৩২, ৩৫, ৪০, ৪৩, ৪৬, ৪৮, ৪৮, ৫০, ৫২, ৫৫, ৫৭, ৫৭, ৬০, ৬১, ৬২, ৬৫, ৬৬, ৬৮, ৭০, ৭২, ৭৩, ৭৪, ৭৫, ৭৮, ৮০, ৮৩, ৮৩, ৮৩, ৮৩, ৯৫।

এখানে, n = ৩০, যা জোড় সংখ্যা।

$$\therefore \text{মধ্যক} = \frac{\frac{n}{২}\text{তম ও}\left(\frac{n}{২}+১\right)\text{তম পদ দুইটির মানের যোগফল}}{২}$$

$$= \frac{\text{১৫ তম ও ১৬ তম পদ দুইটির মানের যোগফল}}{২} = \frac{৬২+৬৫}{২} = ৬৩.৫ \text{ (উত্তর)}$$

প্রদত্ত উপাত্তগুলোর মধ্যে সর্বাধিকবার ৮৩ আছে ৪ বার। ৫৭ ও ৪৮ আছে ২ বার এবং বাকি উপাত্তগুলো আছে ১ বার করে।

∴ প্রচুরক = ৮৩ (উত্তর)

★★ প্রশ্ন ▶ ৮ বীরশ্রেষ্ঠ মুন্সী আব্দুর রউফ পাবলিক কলেজ, ঢাকা

৮ম শ্রেণির শিক্ষার্থীদের গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হল:

প্রাপ্ত নম্বর	৩১-৪০	৪১-৫০	৫১-৬০	৬১-৭০	৭১-৮০	৮১-৯০	৯১-১০০
ছাত্রসংখ্যা	৪	৬	৮	১২	৯	৭	৪

◀ শিখনফল ১, ২ ও ৩

ক. কেন্দ্রীয় প্রবণতা কাকে বলে? এর পরিমাপকগুলো লিখ। ২

খ. সারণি হতে গড় নির্ণয় করো। ৪

গ. উপরের উপাত্ত থেকে আয়তলেখ আঁক। ৪

৮ নং প্রশ্নের সমাধান

ক উপাত্তসমূহ বিন্যস্ত করা হলে মাঝামাঝি বা কেন্দ্রের মানের দিকে পুঞ্জিভূত হয়। উপাত্তের এ প্রবণতাকে কেন্দ্রীয় প্রবণতা বলে। কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ ৩টি। যথা:

(১) গাণিতিক গড় বা গড় (২) মধ্যক ও (৩) প্রচুরক।

খ গড় নির্ণয়ের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি:

শ্রেণিব্যাপ্তি (প্রাপ্ত নম্বর)	ছাত্রসংখ্যা, (f_i)	শ্রেণি মধ্যমান (x_i)	f_ix_i
৩১ – ৪০	৪	৩৫.৫	১৪২
৪১ – ৫০	৬	৪৫.৫	২৭৩
৫১ – ৬০	৮	৫৫.৫	৪৪৪
৬১ – ৭০	১২	৬৫.৫	৭৮৬
৭১ – ৮০	৯	৭৫.৫	৬৭৯.৫
৮১ – ৯০	৭	৮৫.৫	৫৯৮.৫
৯১ – ১০০	৪	৯৫.৫	৩৮২
	n = ৫০		Σf_ix_i = ৩৩০৫

∴ নির্ণেয় গড়, $\bar{x} = \frac{১}{n} \sum_{i=১}^{k} f_ix_i = \frac{৩৩০৫}{৫০}$ = ৬৬.১ (উত্তর)

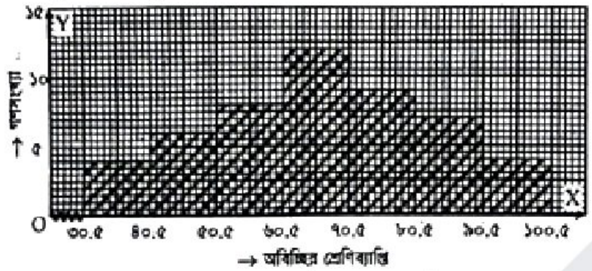
Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

গ আয়তলেখ অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি:

শ্রেণিব্যাপ্তি	অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা
৩১ – ৪০	৩০.৫ – ৪০.৫	৪
৪১ – ৫০	৪০.৫ – ৫০.৫	৬
৫১ – ৬০	৫০.৫ – ৬০.৫	৮
৬১ – ৭০	৬০.৫ – ৭০.৫	১২
৭১ – ৮০	৭০.৫ – ৮০.৫	৯
৮১ – ৯০	৮০.৫ – ৯০.৫	৭
৯১ – ১০০	৯০.৫ – ১০০.৫	৪

এখন, x-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি বাহুর দৈর্ঘ্যকে অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিব্যাপ্তির ১ একক এবং y-অক্ষ বরাবর ছক কাগজের প্রতি ২ বাহুর দৈর্ঘ্যকে গণসংখ্যার ১ একক ধরে আয়তলেখ অঙ্কন করা হয়েছে। মূলবিন্দু থেকে ৩০.৫ পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝতে ভাঙা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



চিত্র: আয়তলেখ

★ প্রশ্ন ▸ ৯ — *বিএএফ শাহীন কলেজ, ঢাকা*

ই. কে. ইউ উচ্চ বিদ্যালয়ের ৪০ জন শিক্ষার্থীর গণিত বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বর নিম্নরূপ:

৭০, ৩৫, ৮০, ৪০, ৬০, ৫৫, ৫৮, ৪৫, ৬০, ৬৫, ৪৮, ৭০, ৪৬, ৫০, ৬০, ৬৫, ৭০, ৫৮, ৬০, ৪৮, ৮৫, ৭২, ৩৬, ৮৫, ৬০, ৫০, ৪৬, ৬৫, ৫৫, ৬১, ৬০, ৫২, ৫৮, ৯০, ৬৫, ৭৮, ৮৪, ৮৩, ৫৫, ৪৫।

◀ *শিখনফল ২ ও ৩*

ক. শ্রেণি ব্যবধান ৬ ধরে শ্রেণি সংখ্যা নির্ণয় করো। ২

খ. মধ্যক নির্ণয় করো। ৪

গ. শ্রেণি ব্যবধান ৬ ধরে গণসংখ্যা সারণি তৈরি করে গড় নির্ণয় করো। ৪

৯ নং প্রশ্নের সমাধান

ক প্রদত্ত উপাত্তের সর্বনিম্ন নম্বর = ৩৫ এবং সর্বোচ্চ নম্বর = ৯০

∴ পরিসর = (৯০ – ৩৫) + ১ = ৫৬

∴ শ্রেণি ব্যবধান ৬ ধরে শ্রেণিসংখ্যা $= \frac{৫৬}{৬} = ৯.৩৩ \approx ১০$টি

খ প্রদত্ত উপাত্তগুলোকে মানের ঊর্ধ্বক্রমে সাজিয়ে পাই,

৩৫, ৩৬, ৪০, ৪৫, ৪৫, ৪৬, ৪৬, ৪৮, ৪৮, ৫০, ৫০, ৫২, ৫৫, ৫৫, ৫৫, ৫৮, ৫৮, ৫৮, ৬০, ৬০, ৬০, ৬০, ৬০, ৬০, ৬১, ৬৫, ৬৫, ৬৫, ৬৫, ৭০, ৭০, ৭০, ৭২, ৭৮, ৮০, ৮৩, ৮৪, ৮৫, ৮৫, ৯০

এখানে উপাত্ত সংখ্যা = ৪০; যা জোড় সংখ্যা।

$$∴ \text{মধ্যক} = \frac{\frac{৪০}{২}\text{তম ও}\left(\frac{৪০}{২}+১\right)\text{তম পদ দুইটির মানের যোগফল}}{২}$$

$$= \frac{\text{২০ তম ও ২১ তম পদ দুইটির মানের যোগফল}}{২}$$

$$= \frac{৬০ + ৬০}{২} = \frac{১২০}{২} = ৬০ \text{ (উত্তর)}$$

গ গণসংখ্যা সারণি নিম্নরূপ:

শ্রেণিব্যাপ্তি	শ্রেণি মধ্যমান (x_i)	ট্যালি	গণসংখ্যা (f_i)	f_ix_i
৩৫ – ৪০	৩৭.৫	|||	৩	১১২.৫
৪১ – ৪৬	৪৩.৫	||||	৪	১৭৪
৪৭ – ৫২	৪৯.৫	𝍸	৫	২৪৭.৫
৫৩ – ৫৮	৫৫.৫	𝍸		৬	৩৩৩
৫৯ – ৬৪	৬১.৫	𝍸 ||	৭	৪৩০.৫
৬৫ – ৭০	৬৭.৫	𝍸 ||	৭	৪৭২.৫
৭১ – ৭৬	৭৩.৫			১	৭৩.৫
৭৭ – ৮২	৭৯.৫	||	২	১৫৯
৮৩ – ৮৮	৮৫.৫	||||	৪	৩৪২
৮৯ – ৯৪	৯১.৫			১	৯১.৫
			n = ৪০	Σf_ix_i = ২৪৩৬

∴ নির্ণেয় গড়, $\bar{x} = \frac{১}{n}\sum_{i=১}^{k} f_ix_i = \frac{২৪৩৬}{৪০} = ৬০.৯$ (উত্তর)

★ প্রশ্ন ▸ ১০ — *নেত্রকোণা সরকারি বালিকা উচ্চ বিদ্যালয়*

i. ৫০ জন শিক্ষার্থীর দৈনিক খরচ:

খরচ (টাকা)	১১-২০	২১-৩০	৩১-৪০	৪১-৫০	৫১-৬০	৬১-৭০
গণসংখ্যা	৪	১০	১৩	১১	৮	৪

ii. ২০০ জন ছাত্রের ফুটবল খেলুড়ে দেশের পছন্দের তালিকা:

দেশ	ফ্রান্স	জার্মানি	ব্রাজিল	আর্জেন্টিনা	ক্রোয়েশিয়া
গণসংখ্যা	২৫	৩০	৬০	৭০	১৫

◀ *শিখনফল ২ ও ৩*

ক. উদ্দীপক (i) অনুযায়ী প্রচুরক শ্রেণির মধ্যমান নির্ণয় করো। ২

খ. উদ্দীপক (ii) অনুযায়ী পাইচিত্র অঙ্কন করো। ৪

গ. উদ্দীপক (i) অনুযায়ী আয়তলেখ আঁক। ৪

১০ নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, গণসংখ্যা সর্বাধিকবার ১৩ আছে (৩১ – ৪০) শ্রেণিতে। অতএব, প্রচুরক শ্রেণি (৩১ – ৪০)।

∴ (৩১ – ৪০) শ্রেণির মধ্যমান $= \frac{৩১ + ৪০}{২} = \frac{৭১}{২} = ৩৫.৫$ (উত্তর)

খ উদ্দীপক (ii) অনুযায়ী মোট ছাত্রের সংখ্যা

= ২৫ + ৩০ + ৬০ + ৭০ + ১৫ = ২০০ জন

বৃত্তের কেন্দ্রে সৃষ্ট কোণ = ৩৬০°

২০০ জন ছাত্রের জন্য ৩৬০° ∴ ১ জন ছাত্রের জন্য $\left(\frac{৩৬০}{২০০}\right)^\circ$

∴ ফ্রান্স তথা ২৫ জন ছাত্রের জন্য $\frac{৩৬০^\circ \times ২৫}{২০০} = ৪৫^\circ$

একইভাবে, জার্মানির ছাত্রদের জন্য $= \frac{৩৬০^\circ \times ৩০}{২০০} = ৫৪^\circ$

ব্রাজিলের ছাত্রদের জন্য $= \frac{৩৬০^\circ \times ৬০}{২০০} = ১০৮^\circ$

আর্জেন্টিনার ছাত্রদের জন্য $= \frac{৩৬০^\circ \times ৭০}{২০০} = ১২৬^\circ$

এবং ক্রোয়েশিয়ার ছাত্রদের জন্য

$= \frac{৩৬০^\circ \times ১৫}{২০০} = ২৭^\circ$

এখন কোণগুলো ৩৬০° এর অংশ হিসাবে আঁকা হলো, যা নির্ণেয় পাইচিত্র।

চিত্র : পাইচিত্র

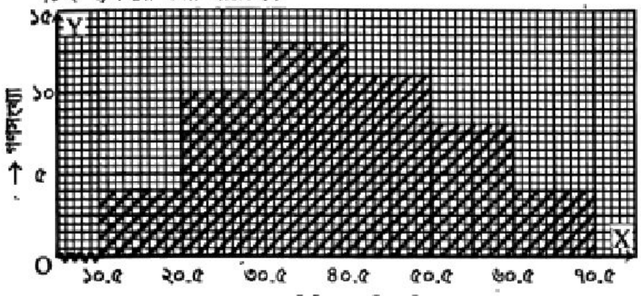
Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

গ আয়তলেখ অঙ্কনের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি:

শ্রেণিব্যাপ্তি	অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিব্যাপ্তি	গণসংখ্যা
১১ – ২০	১০.৫ – ২০.৫	৪
২১ – ৩০	২০.৫ – ৩০.৫	১০
৩১ – ৪০	৩০.৫ – ৪০.৫	১৩
৪১ – ৫০	৪০.৫ – ৫০.৫	১১
৫১ – ৬০	৫০.৫ – ৬০.৫	৮
৬১ – ৭০	৬০.৫ – ৭০.৫	৪

ছক কাগজে x-অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতি ১ বাহুর দৈর্ঘ্যকে অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিব্যাপ্তির ১ একক এবং y-অক্ষ বরাবর প্রতি ২ বাহুর দৈর্ঘ্যকে গণসংখ্যার ১ একক ধরে আয়তলেখ অঙ্কন করা হয়েছে। মূলবিন্দু থেকে ১০.৫ পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বুঝাতে ভাঙা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



চিত্র: আয়তলেখ

★★ প্রশ্ন ▸ ১১ *শিখনফলভিত্তিক জনন্য প্রশ্ন-১*

৮ম শ্রেণির শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের গণসংখ্যা নিবেশন সারণি দেওয়া হলো:

প্রাপ্ত নম্বর	৬০	৬৫	৭০	৭৫	৮০	৮৫
গণসংখ্যা	৫	৮	x	১৫	৮	৩

◀ শিখনফল ২ ও ৩

ক. উপাত্তের পরিসর ৫০ এবং সর্বোচ্চ সংখ্যা ৯০ হলে, সর্বনিম্ন সংখ্যা নির্ণয় করো। ২

খ. সারণি হতে গড় ৭২.২ হলে, x এর মান নির্ণয় করো। ৪

গ. x = ২১ হলে, প্রদত্ত উপাত্তের পাইচিত্র আঁক। ৪

১১ নং প্রশ্নের সমাধান

ক আমরা জানি, পরিসর = (সর্বোচ্চ মান–সর্বনিম্ন মান) + ১

দেওয়া আছে, পরিসর ৫০ এবং সর্বোচ্চ সংখ্যা ৯০

সুতরাং, ৫০ = ৯০ – সর্বনিম্ন সংখ্যা + ১

∴ সর্বনিম্ন সংখ্যা = ৯০ – ৫০ + ১ = ৪১

খ গড় নির্ণয়ের জন্য প্রয়োজনীয় সারণি:

প্রাপ্ত নম্বর, x_i	গণসংখ্যা, f_i	f_ix_i
৬০	৫	৩০০
৬৫	৮	৫২০
৭০	x	৭০x
৭৫	১৫	১১২৫
৮০	৮	৬৪০
৮৫	৩	২৫৫
	n = ৩৯ + x	Σf_ix_i = ২৮৪০ + ৭০x

∴ নির্ণেয় গড়, $\bar{x} = \frac{\sum f_ix_i}{n} = \frac{২৮৪০ + ৭০x}{৩৯ + x}$

প্রশ্নমতে, $\frac{২৮৪০ + ৭০x}{৩৯ + x} = ৭২.২$

বা, ৭২.২ (৩৯ + x) = ২৮৪০ + ৭০x

বা, ২৮১৫.৮ + ৭২.২x = ২৮৪০ + ৭০x

বা, ২.২x = ২৪.২ ∴ $x = \frac{২৪.২}{২.২}$ = ১১ (উত্তর)

গ আমরা জানি, বৃত্তের কেন্দ্রে সৃষ্ট কোণ ৩৬০°

এখানে, x = ২১ হলে,

মোট গণসংখ্যা = ৫ + ৮ + ২১ + ১৫ + ৮ + ৩ = ৬০

৬০ জন শিক্ষার্থীর জন্য কোণ ৩৬০°

∴ ১ জন শিক্ষার্থীর জন্য কোণ $\frac{৩৬০°}{৬০}$

∴ ৫ জন শিক্ষার্থীর জন্য কোণ $\frac{৩৬০° \times ৫}{৬০}$ = ৩০°

∴ ৬০ নম্বরের জন্য সৃষ্ট কোণ ৩০°

৬৫ নম্বরের জন্য কোণ হবে = $\frac{৩৬০° \times ৮}{৬০}$ = ৪৮°

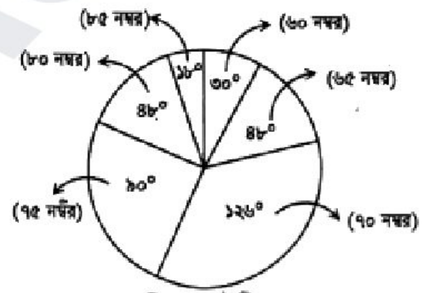
৭০ নম্বরের জন্য কোণ হবে = $\frac{৩৬০° \times ২১}{৬০}$ = ১২৬°

৭৫ নম্বরের জন্য কোণ হবে = $\frac{৩৬০° \times ১৫}{৬০}$ = ৯০°

৮০ নম্বরের জন্য কোণ হবে = $\frac{৩৬০° \times ৮}{৬০}$ = ৪৮°

৮৫ নম্বরের জন্য কোণ হবে = $\frac{৩৬০° \times ৩}{৬০}$ = ১৮°

এখন প্রাপ্ত কোণগুলো ৩৬০° এর অংশ হিসাবে আঁকা হলো। যা প্রদত্ত সারণিতে বর্ণিত উপাত্তের পাইচিত্র।



চিত্র : পাইচিত্র

★★ প্রশ্ন ▸ ১২ *শিখনফলভিত্তিক জনন্য প্রশ্ন-২*

৮ম শ্রেণির ৩০ জন শিক্ষার্থীর বিজ্ঞান বিষয়ে প্রাপ্ত নম্বর হলো:

৬৮, ৫২, ৭০, ৯২, ৫৪, ৭৫, ৮২, ৯৮, ৫৬, ৮৮, ৭৩, ৯০, ৯৬, ৫৮, ৬৪, ৭৭, ৮৩, ৮০, ৮৫, ৭২, ৬৫, ৮৭, ৬৬, ৭৮, ৬৯, ৯০, ৯৩, ৭৯, ৬৭, ৯৫।

◀ শিখনফল ২ ও ৩

ক. কোন পরীক্ষায় ৬০ জন ছাত্রের মধ্যে জি.পি.এ-৫ পেল ১৫ জন। তথ্যটি পাইচিত্রে দেখাও। ২

খ. সংক্ষিপ্ত পদ্ধতিতে প্রদত্ত উপাত্তগুলোর গড় নির্ণয় করো। ৪

গ. প্রদত্ত উপাত্তগুলোর মধ্যক নির্ণয় করো। ৪

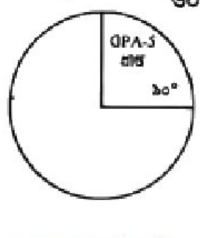
১২ নং প্রশ্নের সমাধান

ক দেওয়া আছে,

৬০ জন ছাত্রের মধ্যে জি. পি. এ-৫ পেয়েছে = ১৫ জন।

পাইচিত্রে ১৫ জনের জন্য অধিকৃত কোণ = $\frac{১৫}{৬০} \times ৩৬০° = ৯০°$

∴ নির্ণেয় পাইচিত্র



গণিত

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd

খ ধরি, অনুমিত গড়, a = ৭৫

উপাত্ত (x_i)	$x_i - a$	ক্রমযোজিত যোগফল	উপাত্ত (x_i)	$x_i - a$	ক্রমযোজিত যোগফল
৬৮	− ৭	− ৭	৭৭	২	− ৭
৫২	− ২৩	− ৩০	৮৩	৮	১
৭০	− ৫	− ৩৫	৮০	৫	৬
৯২	১৭	− ১৮	৮৫	১০	১৬
৫৪	− ২১	− ৩৯	৭২	− ৩	১৩
৭৫	০	− ৩৯	৬৫	− ১০	৩
৮২	৭	− ৩২	৮৭	১২	১৫
৯৮	২৩	− ৯	৬৬	− ৯	৬
৫৬	− ১৯	− ২৮	৭৮	৩	৯
৮৮	১৩	− ১৫	৬৯	− ৬	৩
৭৩	− ২	− ১৭	৯০	১৫	১৮
৯০	১৫	− ২	৯৩	১৮	৩৬
৯৬	২১	১৯	৭৯	৪	৪০
৫৮	− ১৭	২	৬৭	− ৮	৩২
৬৪	− ১১	− ৯	৯৫	২০	৫২

উপরে উপস্থাপিত সারণি থেকে ক্রমোযোজিত যোগফল = ৫২

∴ ক্রমোযোজিত যোগফলের গড় $= \frac{৫২}{৩০}$ = ১.৭৩ (প্রায়)

∴ প্রকৃত গড় = অনুমিত গড় + ক্রমোযোজিত যোগফল গড়
= ৭৫ + ১.৭৩ = ৭৬.৭৩ (প্রায়) (উত্তর)

গ প্রদত্ত উপাত্তকে মানের উর্ধ্বক্রমে সাজিয়ে পাই,
৫২, ৫৪, ৫৬, ৫৮, ৬৪, ৬৫, ৬৬, ৬৭, ৬৮, ৬৯, ৭০, ৭২, ৭৩, ৭৫, ৭৭, ৭৮, ৭৯, ৮০, ৮২, ৮৩, ৮৫, ৮৭, ৮৮, ৯০, ৯০, ৯২, ৯৩, ৯৫, ৯৬, ৯৮
এখানে, n = ৩০, যা জোড় সংখ্যা।

$$∴ মধ্যক = \frac{\frac{n}{২} তম পদ + \left(\frac{n}{২} + ১\right) তম পদ}{২}$$

$$= \frac{১৫ তম পদ + ১৬ তম পদ}{২} = \frac{৭৭ + ৭৮}{২} = ৭৭.৫ \text{ (উত্তর)}$$

★★ প্রশ্ন ▸ ১৩ *শিখনফলভিত্তিক অনন্য প্রশ্ন-৩*

৮ম শ্রেণির ২০ জন শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বর নিচে দেওয়া হল: ৪৭, ৩৪, ৩১, ৪৯, ৫৬, ২৫, ৪২, ৫৬, ৩৩, ৫৪, ৩২, ৩৩, ৪৮, ৫৯, ২৯, ৩৭, ৪৬, ৫১, ৪৭, ৪৯। *◂ শিখনফল ১, ২ ও ৩*

ক. শ্রেণি ব্যবধান ৫ ধরে প্রদত্ত উপাত্তের শ্রেণি সংখ্যা নির্ণয় করো। ২
খ. উপাত্তসমূহের মধ্যক ও প্রচুরক নির্ণয় করো। ৪
গ. প্রদত্ত উপাত্তের আয়তলেখ আঁক। ৪

১৩ নং প্রশ্নের সমাধান

ক এখানে, সর্বনিম্ন নম্বর = ২৫ এবং সর্বোচ্চ নম্বর = ৫৯
∴ পরিসর = (৫৯ − ২৫) + ১ = ৩৫
∴ শ্রেণি ব্যবধান ৫ ধরে শ্রেণি সংখ্যা $= \frac{৩৫}{৫}$ = ৭টি (উত্তর)

খ উপাত্তগুলোকে মানের উর্ধ্বক্রমে সাজিয়ে পাই–
২৫, ২৯, ৩১, ৩২, ৩৩, ৩৩, ৩৪, ৩৭, ৪২, ৪৬, ৪৭, ৪৭, ৪৮, ৪৯, ৪৯, ৫১, ৫৪, ৫৬, ৫৬, ৫৯।
এখানে, n = ২০, যা জোড় সংখ্যা।

$$∴ মধ্যক = \frac{\frac{n}{২} তম ও \left(\frac{n}{২} + ১\right) তম পদ দুইটির মানের যোগফল}{২}$$

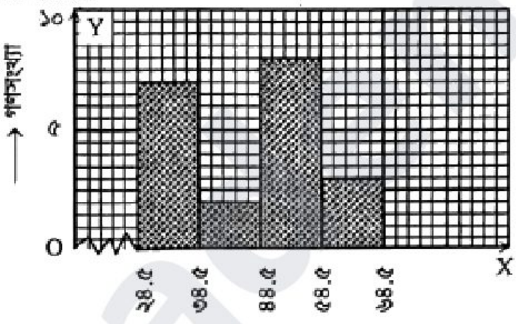
$$= \frac{১০ম ও ১১ তম পদ দুইটির মানের যোগফল}{২} = \frac{৪৬ + ৪৭}{২} = ৪৬.৫ \text{ (উত্তর)}$$

প্রদত্ত উপাত্তগুলোর মধ্যে সবচেয়ে বেশী সংখ্যক ২ বার করে আছে ৩৩, ৪৭, ৪৯ এবং ৫৬।
∴ উপাত্তটির প্রচুরক ৩৩, ৪৭, ৪৯ ও ৫৬। (উত্তর)

গ শ্রেণিব্যাপ্তি ১০ ধরে আয়তলেখ অঙ্কনের জন্য সারণি :

শ্রেণিব্যাপ্তি	অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিব্যাপ্তি	ট্যালি	গণসংখ্যা
২৫ − ৩৪	২৪.৫ − ৩৪.৫	卌 ‖	৭
৩৫ − ৪৪	৩৪.৫ − ৪৪.৫	‖	২
৪৫ − ৫৪	৪৪.৫ − ৫৪.৫	卌 |||	৮
৫৫ − ৬৪	৫৪.৫ − ৬৪.৫	|||	৩

ছক কাগজে x-অক্ষ বরাবর প্রতি ঘরকে ২ একক ধরে অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিব্যাপ্তি এবং y-অক্ষ বরাবর প্রতি দুই ঘরকে ১ একক ধরে গণসংখ্যা নিয়ে আয়তলেখ আঁকা হয়েছে।
মূলবিন্দু থেকে ২৪.৫ পর্যন্ত ঘরগুলো আছে বোঝাতে ভাঙা চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।



চিত্র : আয়তলেখ

প্রশ্নব্যাংক

★ প্রশ্ন ▸ ১৪ *শিখনফলভিত্তিক অনন্য প্রশ্ন-৪*

৮ম শ্রেণির ৩০ জন শিক্ষার্থীর একটি বিষয়ের নম্বর হলো:
৫২, ৬৮, ৪৫, ৪২, ৬০, ৬১, ৫৮, ৫৩, ৪৮, ৫২, ৫১, ৪৯, ৭৩, ৫২, ৫৭, ৭১, ৬৪, ৪৯, ৫৬, ৪৮, ৬৭, ৬৩, ৭০, ৫৯, ৫৪, ৪৬, ৪৩, ৫৬, ৫৯, ৪৩ *◂ শিখনফল ১ ও ২*

ক. কেন্দ্রীয় প্রবণতা কী? কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ কয়টি ও কী কী? ২
খ. উপাত্তগুলোর মধ্যক নির্ণয় করো। ৪
গ. শ্রেণি ব্যাপ্তি ৫ নিয়ে গণসংখ্যা নিবেশন সারণি তৈরি করে গাণিতিক গড় নির্ণয় করো। ৪

উত্তর: খ. ৫৫; গ. ৫৫.৮৩।

★★ প্রশ্ন ▸ ১৫ *শিখনফলভিত্তিক অনন্য প্রশ্ন-৫*

সংখ্যাগুলো: ৪২, ২৭, ৪৫, ২২, ৪১, ২৩, ৪৬, ৪৮, ৫০, ৪৮, ৪৮, ২৯, ৫২, ৫৫, ৬৫, ৭০, ৩২, ৩৮। *◂ শিখনফল ২*

ক. ৪০, ৪৩, ৪০, ৪০, ৪৩, ৪৪, ৪৪, ৪৬, ৪৮, ৪০, ৪৪, ৫৪, ৬৪, ৬০, ৫৫, ৫৭, ৪৪ উপাত্তগুলোর প্রচুরক নির্ণয় করো। ২
খ. প্রদত্ত উপাত্তের মধ্যক নির্ণয় করো। ৪
গ. শ্রেণিব্যাপ্তি ১০ ধরে গড় নির্ণয় করো। ৪

উত্তর: ক. ৪০ ও ৪৪; খ. ৪৫.৫; গ. ৪৩.৭২ (প্রায়)।

★★ প্রশ্ন ▸ ১৬ *শিখনফলভিত্তিক অনন্য প্রশ্ন-৬*

অষ্টম শ্রেণির ১৪০ জন শিক্ষার্থীর গণিতে প্রাপ্ত নম্বরের সারণি দেওয়া হলো:

প্রাপ্ত নম্বর	৩১-৪০	৪১-৫০	৫১-৬০	৬১-৭০	৭১-৮০	৮১-৯০	৯১-১০০
ছাত্রসংখ্যা	৫	১৬	৩০	৩৮	৩৩	১১	৭

◂ শিখনফল ১, ২ ও ৩

ক. উদাহরণসহ কেন্দ্রীয় প্রবণতার সংজ্ঞা দাও। ২
খ. সারণি থেকে গড় নির্ণয় করো। ৪
গ. প্রদত্ত উপাত্তের আয়তলেখ অঙ্কন করো। ৪

উত্তর: খ. ৬৫.৪৩ (প্রায়)।

এছাড়াও এ অংশে আরও অনুশীলনের জন্য সৃজনশীল প্রশ্নোত্তরসহ প্রশ্নব্যাংকের প্রশ্ন ও উত্তর ফ্রি ডাউনলোড করতে ব্রাউজারের অ্যাড্রেস বারে panjeree.com/c08 টাইপ করো এবং Enter চাপো। এরপর কাঙ্ক্ষিত ফাইল পেতে mthcqa26 কোডটি টাইপ করো। Internet-linked

Visit Our Website: all.talukdaracademy.com.bd